

Kolokwium nr 60: poniedziałek 12.06.2017, godz. 8:15-**11:00**, materiał zad. 1–480, 501–659.

Na ćwiczeniach w piątek 9.06.2017 (grupa 1 LUX)
należy wskazać zadania, które sprawiły najczęściej problemów,
także z listy 11.

Przypomnienie wzorków:

$$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$$

$$e^{x+iy} = e^x \cdot (\cos y + i \sin y)$$

$$e^{z_1+z_2} = e^{z_1} \cdot e^{z_2}$$

$$\ln(1+z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot z^n}{n}, \quad |z| \leq 1, \quad z \neq -1$$

$$\ln z = \ln|z| + i \arg z, \quad z \neq 0$$

$$\ln z = \ln|z| + i \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad z = x + iy, \quad x > 0$$

641. Wyprowadzić wzory na $\frac{\sin ix}{i}$ oraz $\cos ix$, gdzie x przebiega liczby rzeczywiste, a w samych wzorach nie ma śladu liczb zespolonych.

642. Podać sensowną definicję liczby $\operatorname{arctg} \frac{i}{2}$ i coś bliżej o niej powiedzieć (dodatnia/ujemna, rzeczywista/urojona, jak duża).

643. Obliczyć

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$$

przyglądając się na wszystkie strony $\ln(1+i)$.

644. Wyprowadzić wzory na sumy

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n!} \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}.$$

Podać wartości całek

$$(645) \quad \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cdot \sin x \sin x \, dx$$

$$(646) \quad \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cdot \cos x \sin x \, dx$$

$$(647) \quad \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cdot \cos x \sin x \cdot \cos nx \, dx$$

$$(648) \quad \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cdot \cos x \sin x \cdot \sin nx \, dx$$

$$(649) \quad \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \cos nx \, dx$$

$$(650) \quad \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \sin nx \, dx$$

$$(651) \quad \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cdot \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x \cdot \sin 5x \, dx$$

652. Wyprowadzić wzory na

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin 2nx}{(2n)!} \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos 2nx}{(2n)!}$$

korzystając z rozwinięcia

$$\cos z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$$

oraz ze wzoru

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}.$$

Odpowiedź:

$$\frac{-e^{\sin x} + e^{-\sin x}}{2} \cdot \sin \cos x \quad \frac{e^{\sin x} + e^{-\sin x}}{2} \cdot \cos \cos x$$

Podać wartości całek

$$(653) \quad \int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x} + e^{-\sin x}}{2} \cdot \cos \cos x \, dx$$

$$(654) \quad \int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x} + e^{-\sin x}}{2} \cdot \cos \cos x \cdot \sin nx \, dx$$

$$(655) \quad \int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x} + e^{-\sin x}}{2} \cdot \cos \cos x \cdot \cos nx \, dx$$

$$(656) \quad \int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x} - e^{-\sin x}}{2} \cdot \sin \cos x \, dx$$

$$(657) \quad \int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x} - e^{-\sin x}}{2} \cdot \sin \cos x \cdot \cos nx \, dx$$

$$(658) \quad \int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x} - e^{-\sin x}}{2} \cdot \sin \cos x \cdot \sin nx \, dx$$

$$(659) \quad \int_0^{2\pi} \frac{e^{\sin x} - e^{-\sin x}}{2} \cdot \sin \cos x \cdot \cos^5 x \cdot \sin 3x \, dx$$