

51	52	53	54	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr 51, 26.10.2017, godz. 14:15–15:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **51.** (10 punktów)

Dobrać odpowiednie liczby całkowite dodatnie s i t oraz odpowiednią liczbę wymierną dodatnią C i udowodnić, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{\left(\sqrt{n^{10} + 8n^7} - n^5\right)^s}{\left(\sqrt{n^8 + 3n^7} - n^4\right)^t} \leq 18C.$$

Zadanie **52.** (10 punktów)

Dowieść, że nie istnieje liczba wymierna $q > 1$ spełniająca równość $q^q = 16$.

Zadanie **53.** (20 punktów)

Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej $n > 2$ zachodzi nierówność

$$(n-2)^{2n+1} \cdot n^{4n} \cdot (n+2)^{2n-1} < (n-1)^{4n} \cdot (n+1)^{4n}.$$

Zadanie **54.** (10 punktów)

Przy każdym z poniższych 28 zdań w miejscu kropek postaw jedną z liter **P**, **F**, **N**:

P - jest **P**rawdą (tzn. musi być prawdziwe)

F - jest **F**ałszem (tzn. musi być fałszywe)

N - może być prawdziwe lub fałszywe (tzn. **N**ie wiadomo, czasem bywa prawdziwe, a czasem fałszywe)

Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz $\max(0, n - 18)$ punktów.

O zdaniu $T(n)$ wiadomo, że

- dla każdej liczby naturalnej n zachodzi implikacja $T(n) \Rightarrow T(n^5)$,
- dla każdej liczby naturalnej $n > 7$ zachodzi implikacja $T(n) \Rightarrow T(n - 7)$,
- implikacja $T(4) \Rightarrow T(3)$ jest fałszywa.

Co można wywnioskować o prawdziwości implikacji:

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $T(70) \Rightarrow T(770)$ | b) $T(70) \Rightarrow T(771)$ |
| c) $T(70) \Rightarrow T(772)$ | d) $T(70) \Rightarrow T(773)$ |
| e) $T(70) \Rightarrow T(774)$ | f) $T(70) \Rightarrow T(775)$ |
| g) $T(70) \Rightarrow T(776)$ | h) $T(71) \Rightarrow T(771)$ |
| i) $T(71) \Rightarrow T(772)$ | j) $T(71) \Rightarrow T(773)$ |
| k) $T(71) \Rightarrow T(774)$ | l) $T(71) \Rightarrow T(775)$ |
| m) $T(71) \Rightarrow T(776)$ | n) $T(72) \Rightarrow T(772)$ |
| o) $T(72) \Rightarrow T(773)$ | p) $T(72) \Rightarrow T(774)$ |
| q) $T(72) \Rightarrow T(775)$ | r) $T(72) \Rightarrow T(776)$ |
| s) $T(73) \Rightarrow T(773)$ | t) $T(73) \Rightarrow T(774)$ |
| u) $T(73) \Rightarrow T(775)$ | v) $T(73) \Rightarrow T(776)$ |
| w) $T(74) \Rightarrow T(774)$ | x) $T(74) \Rightarrow T(775)$ |
| y) $T(74) \Rightarrow T(776)$ | z) $T(75) \Rightarrow T(775)$ |
| ż) $T(75) \Rightarrow T(776)$ | ź) $T(76) \Rightarrow T(776)$ |