

59	60	61	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr 54, 23.11.2017, godz. 14:15–15:25

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 59. (10 punktów) Obliczyć granicę ciągu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^k + n^2 + 1}} + \frac{2}{\sqrt{n^k + n^2 + 2}} + \frac{3}{\sqrt{n^k + n^2 + 3}} + \frac{4}{\sqrt{n^k + n^2 + 4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^k + (n+1)^2}} \right)$$

dla tak dobranej wartości naturalnej parametru k , aby granica ta była liczbą rzeczywistą dodatnią.

Uwaga: W ostatnim składniku sumy brakuje licznika. Jego uzupełnienie jest częścią zadania.

Zadanie 60. (20 punktów) Obliczyć granicę ciągu zaczynającego się od wyrazu o indeksie 7:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\binom{7}{7}}{\sqrt{n^k + 7}} + \frac{\binom{8}{7}}{\sqrt{n^k + 8}} + \frac{\binom{9}{7}}{\sqrt{n^k + 9}} + \frac{\binom{10}{7}}{\sqrt{n^k + 10}} + \dots + \frac{\binom{n-1}{7}}{\sqrt{n^k + n-1}} + \frac{\binom{n}{7}}{\sqrt{n^k + n}} \right)$$

dla tak dobranej wartości naturalnej parametru k , aby granica ta była liczbą rzeczywistą dodatnią.

Zadanie 61. (20 punktów) W każdym z zadań **61.1-61.10** podaj w postaci uproszczonej (np. liczby wymierne muszą być zapisane w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego) kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** albo **NIE**, ewentualnie **T** albo **N**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty = \infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **2 punkty**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz przynależność jednego z nich do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy (ale co najmniej jeden w postaci rażąco nieuproszczonej) i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

61.1. $A = \left\{ \frac{1}{n^2 - 60n + 888} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

61.2. $B = \left\{ \frac{1}{n^2 - 60n + 999} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

61.3. $C = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 - 60n + 999} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

61.4. $D = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 - 60n + 1001} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

$$\mathbf{61.5.} \ E = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 5n^3 \leq 3m^3 \leq 27n^3 \right\} \quad \text{Ocena}$$

$$\inf E = \dots\dots\dots \sup E = \dots\dots\dots$$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

$$\mathbf{61.6.} \ F = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 5^n \leq 3^m \leq 27^n \right\} \quad \text{Ocena}$$

$$\inf F = \dots\dots\dots \sup F = \dots\dots\dots$$

Czy kres dolny należy do zbioru F Czy kres górny należy do zbioru F

$$\mathbf{61.7.} \ G = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 5^{n^3} \leq 3^{m^3} \leq 27^{n^3} \right\} \quad \text{Ocena}$$

$$\inf G = \dots\dots\dots \sup G = \dots\dots\dots$$

Czy kres dolny należy do zbioru G Czy kres górny należy do zbioru G

$$\mathbf{61.8.} \ H = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^n \cdot n^m \leq m^m \leq 27^n \cdot n^m \right\} \quad \text{Ocena}$$

$$\inf H = \dots\dots\dots \sup H = \dots\dots\dots$$

Czy kres dolny należy do zbioru H Czy kres górny należy do zbioru H

$$\mathbf{61.9.} \ I = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 2^{24n} \cdot n^m \leq m^m \leq 3^{18n} \cdot n^m \right\} \quad \text{Ocena}$$

$$\inf I = \dots\dots\dots \sup I = \dots\dots\dots$$

Czy kres dolny należy do zbioru I Czy kres górny należy do zbioru I

$$\mathbf{61.10.} \ J = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 5^{50n} \cdot n^m \leq m^m \leq 3^{81n} \cdot n^m \right\} \quad \text{Ocena}$$

$$\inf J = \dots\dots\dots \sup J = \dots\dots\dots$$

Czy kres dolny należy do zbioru J Czy kres górny należy do zbioru J
