

67	68	69	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr 57, 14.12.2017, godz. 14:15–15:25

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **67.** (20 punktów)

Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = \sqrt[6]{x^6 + 10^6}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|.$$

Zadanie **68.** (20 punktów)

Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 10^3}$. Dowieść, że dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej C istnieją takie liczby rzeczywiste x, y , że

$$|f(x) - f(y)| > C \cdot |x - y|.$$

Zadanie **69.** (100 punktów)

Dana jest taka funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla każdych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq (x - y)^2.$$

Udowodnić, że dla każdych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$\left| f\left(\sqrt[16]{x^{16} + 10^{16}}\right) - f\left(\sqrt[16]{y^{16} + 10^{16}}\right) \right| \leq (x - y)^{16}.$$