

70	71	72	73	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr 58, 21.12.2017, godz. 14:15–15:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **70.** (15 punktów)

Udowodnić, że równanie

$$10^x = x \cdot 7^x$$

ma co najmniej dwa rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie **71.** (25 punktów)

Dana jest taka funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$|f(x+n) - f(x)| < \frac{1}{n}.$$

Dowieść, że funkcja f jest okresowa.

Zadanie **72.** (20 punktów)

Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = \sqrt[32]{x^2 + 10^{32}}$. Dowieść, że dla każdych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{10^{16}}.$$

Zadanie **73.** (240 punktów)

Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kres górny zbioru

$$Z = \left\{ \frac{kmn}{k^2 + m^3 + n^6} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$