

Kolokwium nr 51: czwartek 26.10.2017, godz. 14:15-15:45, materiał zad. 1–136, 501-572.

3. Szacowanie liczb i wyrażeń.

Poziom LUX

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 23.10.2017 (grupa 1 *lux*).

Należy próbować rozwiązać zadania przed ćwiczeniami.

W każdym z poniższych zadań wpisz w miejscu kropek dwie liczby występujące w ciągu $0, 1, 2, 5, 10, 100, 10^5, 10^{10}, 10^{20}, 10^{50}, 10^{100}, 10^{200}, 10^{500}, 10^{1000}, 10^{2000}, 10^{5000}, 10^{10000}, 10^{20000}, 10^{50000}, 10^{100000}, 10^{200000}, 10^{500000}, 10^{1000000}$ na **kolejnych** miejscach tak, aby powstały prawdziwe nierówności.

549. $< 5000! <$
550. $< 35000! <$
551. $< (10^5)! <$
552. $< (7 + 2\sqrt{2})^{500} <$
553. $< (6 + 3\sqrt{2})^{500} <$
554. $< (91 + \sqrt{91})^{100} <$
555. $< \binom{1000}{3} <$
556. $< \binom{1000}{4} <$
557. $< \binom{10000}{5} <$
558. $< \sum_{n=1}^{10^{30}} n <$
559. $< \sum_{n=1}^{10^{30}} n^2 <$
560. $< \sum_{n=1}^{10^{30}} n^{10} <$

$$561. \quad \dots < \sum_{n=1}^{10^4} n! < \dots$$

$$562. \quad \dots < \binom{10^5}{100} < \dots$$

$$563. \quad \dots < \binom{10^{10}}{20} < \dots$$

Przy każdej z poniższych pięciu liczb n podaj w miejscu kropek liczbę cyfr liczby n oraz pierwszą (od lewej) cyfrę liczby n w zapisie dziesiętnym.

$$564. \quad n = \binom{10^{100}}{2}, \quad \text{liczba cyfr } \dots, \quad \text{pierwsza cyfra } \dots$$

$$565. \quad n = \binom{10^{100}}{3}, \quad \text{liczba cyfr } \dots, \quad \text{pierwsza cyfra } \dots$$

$$566. \quad n = \binom{2 \cdot 10^{100}}{2}, \quad \text{liczba cyfr } \dots, \quad \text{pierwsza cyfra } \dots$$

$$567. \quad n = \binom{2 \cdot 10^{100}}{3}, \quad \text{liczba cyfr } \dots, \quad \text{pierwsza cyfra } \dots$$

$$568. \quad n = \binom{2 \cdot 10^{100}}{4}, \quad \text{liczba cyfr } \dots, \quad \text{pierwsza cyfra } \dots$$

569. Wskazać taką liczbę naturalną n , że

$$n^{1000000} + 1 < 2^n.$$

570. Która z liczb jest większa: $\prod_{i=2}^{2017} \prod_{j=1}^{i-1} \left(\sqrt[j]{j} - \sqrt[i]{i} \right)$ czy $10^{-1000000}$?

571. Dobrać odpowiednią liczbę wymierną dodatnią C i udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{\sqrt{9n+16} - 3\sqrt{n}}{\sqrt{n+3} - \sqrt{n}} \leq 2C.$$

572. Dobrać odpowiednią liczbę wymierną dodatnią C i udowodnić, że dla dowolnej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{\sqrt{9n+40} - \sqrt{9n+16}}{\sqrt{4n+45} - \sqrt{4n+5}} \leq 5C.$$