

Kolokwium nr 56: czwartek 7.12.2017, godz. 14:15, materiał zad. 1–353, 501-660.

7. Funkcje i ich własności. Ciągłość.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 4,7.12.2017 (grupa 1 *lux*).

Dla podanej funkcji f wskazać taką liczbę M , że dla dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność $|f(x)| \leq M$.

661. $f(x) = e^{\sin x}$ **662.** $f(x) = \frac{x}{x^4 + 3}$ **663.** $f(x) = \frac{x^{1000}}{2^{|x|}}$

664. Dobrać odpowiednią liczbę wymierną dodatnią C i udowodnić, że dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej x zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{8x+7}{5x+\sqrt{x}+8} \leq 6 \cdot C.$$

665. Wybrać odpowiednią liczbę całkowitą N i udowodnić, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność

$$\frac{3^x + 4^x + 9^x}{3^x + 8^x + 9^x} \leq N$$

oraz wykazać istnienie takiej liczby rzeczywistej x , że

$$\frac{3^x + 4^x + 9^x}{3^x + 8^x + 9^x} > N - 1.$$

666. Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = \sqrt[8]{x^2 + 10^8}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{4000}.$$

667. Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = \sqrt[8]{x^4 + 10^8}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{20}.$$

668. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f(x) = -\frac{25x}{24} + \frac{\sqrt{49x^2 + 37}}{24}.$$

Dowieść, że f jest odwrotna do samej siebie.