

Odpowiedzi do niektórych zadań z listy 5.

W każdym z poniższych zadań podaj kresy zbioru oraz określ, czy kresy należą do zbioru.

274. $A = \left\{ \frac{1}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf A = 0$ (NIE) $\sup A = 1/3$ (TAK)
275. $B = \left\{ \frac{2n+5}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf B = 2$ (NIE) $\sup B = 7/3$ (TAK)
276. $C = \left\{ \frac{2n+3}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf C = 5/3$ (TAK) $\sup C = 2$ (NIE)
277. $D = \left\{ \frac{m+n}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf D = 0$ (NIE) $\sup D = 2$ (TAK)
278. $E = \left\{ \frac{8m-3n}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf E = -3$ (NIE) $\sup E = 8$ (NIE)
279. $F = \left\{ \frac{m+2n+3}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf F = 0$ (NIE) $\sup F = 6$ (TAK)
280. $G = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^2 \leq m^2 \leq 27n^2 \right\}$
 $\inf G = 5$ (TAK) $\sup G = 3 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27}$ (NIE)
281. $H = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^3 \leq m^3 \leq 27n^3 \right\}$
 $\inf H = \sqrt[3]{25}$ (NIE) $\sup H = 3$ (TAK)
282. $I = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25^n \leq 3^m \leq 27^n \right\}$
 $\inf I = \log_3 25 = 2 \cdot \log_3 5$ (NIE) $\sup I = 3$ (TAK)
283. $J = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25^n \leq 5^m \leq 27^n \right\}$
 $\inf J = 2$ (TAK) $\sup J = \log_5 27 = 3 \cdot \log_5 3$ (NIE)
284. $A = \{x^2 : x \in (-3, 1)\}$ $\inf A = 0$ (TAK) $\sup A = 9$ (NIE)
285. $B = \{x^3 : x \in (-3, 1)\}$ $\inf B = -27$ (NIE) $\sup B = 1$ (NIE)
286. $C = \{x^4 : x \in (-3, 1)\}$ $\inf C = 0$ (TAK) $\sup C = 81$ (NIE)
287. $D = \{x^2 - 2x + 1 : x \in (-1, 4)\}$ $\inf D = 0$ (TAK) $\sup D = 9$ (NIE)
288. $E = \{x^2 - 4x + 4 : x \in (-1, 4)\}$ $\inf E = 0$ (TAK) $\sup E = 9$ (NIE)
289. $F = \{x^2 - 6x + 9 : x \in (-1, 4)\}$ $\inf F = 0$ (TAK) $\sup F = 16$ (NIE)
290. $G = \{x^2 - 2x : x \in (-1, 4)\}$ $\inf G = -1$ (TAK) $\sup G = 8$ (NIE)
291. $H = \{x^2 - 4x : x \in (-1, 4)\}$ $\inf H = -4$ (TAK) $\sup H = 5$ (NIE)
292. $I = \{x^2 - 6x : x \in (-1, 4)\}$ $\inf I = -9$ (TAK) $\sup I = 7$ (NIE)
293. $A = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^2 \leq m^2 \leq 64n^2 \right\}$ $\inf A = 4$ (TAK) $\sup A = 8$ (TAK)
294. $B = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^3 \leq m^3 \leq 64n^3 \right\}$
 $\inf B = 2 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16}$ (NIE) $\sup B = 4$ (TAK)
295. $C = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^4 \leq m^4 \leq 64n^4 \right\}$
 $\inf C = 2$ (TAK) $\sup C = 2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}$ (NIE)

296. $D = \left\{ \sqrt{n^4 + n^2} - n^2 : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf D = \sqrt{2} - 1$ (TAK) $\sup D = 1/2$ (NIE)
297. $E = \left\{ \sqrt[4]{n^4 + n^3} - n : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf E = \sqrt[4]{2} - 1$ (TAK) $\sup E = 1/4$ (NIE)
298. $F = \left\{ (\log_2 x)^2 : x \in \left(\frac{1}{8}, 2 \right) \right\}$ $\inf F = 0$ (TAK) $\sup F = 9$ (NIE)
299. $G = \left\{ (\log_3 x)^3 : x \in \left(\frac{1}{9}, 3 \right) \right\}$ $\inf G = -8$ (NIE) $\sup G = 1$ (NIE)
300. $H = \left\{ (\log_4 x)^4 : x \in \left(\frac{1}{16}, 4 \right) \right\}$ $\inf H = 0$ (TAK) $\sup H = 16$ (NIE)
301. $I = \left\{ \log_x 8 : x \in \left(0, \frac{1}{2} \right] \right\}$ $\inf I = -3$ (TAK) $\sup I = 0$ (NIE)
302. $J = \left\{ \log_x 8 : x \in [\sqrt{2}, +\infty) \right\}$ $\inf J = 0$ (NIE) $\sup J = 6$ (TAK)
303. $K = \{ \log_x 8 : x \in (1, 4] \}$ $\inf K = 3/2$ (TAK) $\sup K = +\infty$ (NIE)
304. $L = \left\{ \log_x 8 : x \in \left[\frac{1}{16}, 1 \right) \right\}$ $\inf L = -\infty$ (NIE) $\sup L = -3/4$ (TAK)
305. $A = \left\{ (x-2)^2 : x \in (0, 3) \right\}$ $\inf A = 0$ (TAK) $\sup A = 4$ (NIE)
306. $B = \left\{ (x-2)^3 : x \in (0, 3) \right\}$ $\inf B = -8$ (NIE) $\sup B = 1$ (NIE)
307. $C = \left\{ (x-2)^4 : x \in (0, 3) \right\}$ $\inf C = 0$ (TAK) $\sup C = 16$ (NIE)
308. $D = \left\{ (x-2)^5 : x \in (0, 3) \right\}$ $\inf D = -32$ (NIE) $\sup D = 1$ (NIE)
309. $E = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4n^2 \leq 8m^2 \leq 16n^2 \right\}$
 $\inf E = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$ (NIE) $\sup E = \sqrt{2}$ (NIE)
310. $F = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4n^2 \leq 9m^2 \leq 16n^2 \right\}$
 $\inf F = 2/3$ (TAK) $\sup F = 4/3$ (TAK)
311. $G = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^2 \leq 9m^2 \leq 27n^2 \right\}$
 $\inf G = 5/3$ (TAK) $\sup G = \sqrt{3}$ (NIE)
312. $H = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^n \leq 8^m \leq 16^n \right\}$
 $\inf H = 2/3$ (TAK) $\sup H = 4/3$ (TAK)
313. $I = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^n \leq 9^m \leq 16^n \right\}$
 $\inf I = \log_3 2 = \log_9 4$ (NIE) $\sup I = \log_3 4 = \log_9 16$ (NIE)
314. $J = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25^n \leq 9^m \leq 27^n \right\}$
 $\inf J = \log_3 5 = \log_9 25$ (NIE) $\sup J = 3/2$ (TAK)
315. $A = \left\{ \frac{1}{3^n - 10} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf A = -1$ (TAK) $\sup A = 1/17$ (TAK)
316. $B = \left\{ \frac{1}{3^n - 20} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf B = -1/11$ (TAK) $\sup B = 1/7$ (TAK)
317. $C = \left\{ \frac{1}{3^n - 26} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf C = -1/17$ (TAK) $\sup C = 1$ (TAK)
318. $D = \left\{ \frac{1}{5^n - 26} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf D = -1$ (TAK) $\sup D = 1/99$ (TAK)

- 319.** $E = \left\{ \left(\sqrt{26} - 4 \right)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf E = \sqrt{26} - 4$ (TAK) $\sup E = +\infty$ (NIE)
320. $F = \left\{ \left(\sqrt{26} - 5 \right)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\inf F = 0$ (NIE) $\sup F = \sqrt{26} - 5$ (TAK)
321. $G = \left\{ \left(\sqrt{26} - 6 \right)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf G = \sqrt{26} - 6$ (TAK) $\sup G = \left(\sqrt{26} - 6 \right)^2$ (TAK)
322. $H = \left\{ 2^{x^2} : x \in (-2, 1) \right\}$ $\inf H = 1$ (TAK) $\sup H = 16$ (NIE)
323. $I = \left\{ 2^{x^3} : x \in (-2, 1) \right\}$ $\inf I = 1/256$ (NIE) $\sup I = 2$ (NIE)
324. $J = \left\{ 2^{x^4} : x \in (-2, 1) \right\}$ $\inf J = 1$ (TAK) $\sup J = 2^{16}$ (NIE)

Niech $\mathbb{T}$ będzie zbiorem wszystkich ciągów (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} |a_n - 1| < \frac{1}{n}.$$

W każdym z dziesięciu poniższych zadań podaj odpowiedni kres zbioru.

- 325.** $\sup\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 2$
326. $\inf\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 0$
327. $\sup\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 3/2$
328. $\inf\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 1/2$
329. $\sup\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 5/6$
330. $\inf\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = -5/6$
331. $\sup\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 1/2$
332. $\inf\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = -1/2$
333. $\sup\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 4$
334. $\inf\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 2$

Niech $\mathbb{T}$ będzie zbiorem wszystkich ciągów (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} \left| a_n - \frac{1}{n} \right| < \frac{1}{n}.$$

W każdym z dziesięciu poniższych zadań podaj odpowiedni kres zbioru.

- 335.** $\sup\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 2$
336. $\inf\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 0$
337. $\sup\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 1$
338. $\inf\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 0$
339. $\sup\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 1$
340. $\inf\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = -2/3$
341. $\sup\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 2/3$
342. $\inf\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = -1/3$
343. $\sup\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 2$
344. $\inf\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = 0$