

Kolokwium nr 7: poniedziałek 4.12.2017, godz. 12:15-13:00, materiał zad. 1–353.

6. Szeregi liczbowe – podstawy

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 29.11.2017 (grupy 2–5).

345. Obliczyć $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{7^k}$, a następnie znaleźć $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

346. Obliczyć sumę szeregu

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6^n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(-6)^n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8^n}$

Wskazówka: W kolejnych pięciu zadaniach szukać przykładu szeregu geometrycznego.

347. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2.$$

348. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = 2.$$

349. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że dla dowolnej liczby naturalnej k zachodzi równość

$$a_k = 2 \cdot \sum_{n=k+1}^{\infty} a_n.$$

350. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \frac{1}{4}.$$

351. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \frac{1}{2} \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^4 = \frac{1}{5}.$$

352. Dowieść, że $6 < \sum_{n=1}^{2047} \frac{1}{n} < 11$.

353. Dowieść, że szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n - 1}$ jest zbieżny, a jego suma jest mniejsza od 2.