

**Kolokwium nr 58:** czwartek 21.12.2017, godz. 14:15-15:45, materiał zad. 1–459, 501-690.

## 7. Funkcje i ich własności. Ciągłość (c.d.)

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 18.12.2017 (grupa 1 lux).

Wyznaczyć asymptoty funkcji  $f$  określonej wzorem

**676.**  $f(x) = \log_4(2^x + 8^x)$     **677.**  $f(x) = \log_2(2^{2x} - 2^{4x+1} + 2^{6x})$

Obliczyć granice funkcji

**678.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^x}\right)^{(x+1)^x}$     **679.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^x}\right)^{(x+1)^{x+1}}$     **680.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^x}\right)^{(x+256)^x}$

**681.**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{2^{1/x}}$     **682.**  $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{2^{1/x}}$     **683.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{2^{1/x}}$     **684.**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{2^{2^{1/x}}}$     **685.**  $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{2^{2^{1/x}}}$

**686.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{2^{2^{1/x}}}$     **687.**  $\lim_{x \rightarrow 16^-} \{\log_4 x\}$     **688.**  $\lim_{x \rightarrow 16^+} \{\log_4 x\}$     **689.**  $\lim_{x \rightarrow 16^-} \{\log_8 x\}$

**Przypomnienie:** Zapis  $\{y\}$  oznacza część ułamkową liczby  $y$ .

**690.** Niech  $(q_n)$  będzie ciągiem wszystkich liczb wymiernych (wszystkie wyrazy ciągu są wymierne, a każda liczba wymierna występuje w tym ciągu dokładnie raz). Rozważamy funkcję  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określoną wzorem:

$$f(x) = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ q_n < x}} \frac{1}{2^n}.$$

Wyznaczyć punkty ciągłości i nieciągłości funkcji  $f$ , granice jednostronne w punktach nieciągłości oraz granice w  $\pm\infty$ .