

Kolokwium nr 9: poniedziałek 18.12.2017, godz. 12:15-13:00, materiał zad. 1–424.

8. Granica funkcji.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 13,18,20.12.2017 (grupy 2–5).

Obliczyć następujące granice:

$$\begin{aligned}
 &401. \lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{1}{x-7} - \frac{8}{x^2-6x-7} \right) & 402. \lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x^2} & 403. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8} \\
 &404. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) & 405. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016}-1}{x^{10}-1} & 406. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3-1}{6x^2-5x+1} \\
 &407. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2-1} & 408. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} & 409. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \\
 &410. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} & 411. \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln x}{1+\ln x} & 412. \lim_{x \rightarrow 0+} \log(\sqrt{17}-3)^x \\
 &413. \lim_{x \rightarrow 0+} \log(\sqrt{13}-3)^x & 414. \lim_{x \rightarrow +\infty} \log(\sqrt{17}-3)^x & 415. \lim_{x \rightarrow +\infty} \log(\sqrt{13}-3)^x \\
 &416. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{17}-3)^x & 417. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{13}-3)^x & 418. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{17}-3)^x \\
 &419. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{13}-3)^x & 420. \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg}(\sqrt{17}-4)^x & 421. \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg}(\sqrt{13}-4)^x \\
 &422. \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{2^{1/x}+1}{2^{1/x}-1} & 423. \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{2^{1/x}+1}{2^{1/x}-1} & 424. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{1/x}-1}{2^{1/x}+1}
 \end{aligned}$$

Wyznaczyć asymptoty funkcji f określonej wzorem

$$425. f(x) = \sqrt{x^2+x+1} + \frac{x}{2} \quad 426. f(x) = \sqrt[3]{x^3+x^2} \quad 427. f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+5x+4} + |x|$$

Twierdzenie o trzech funkcjach: Jeżeli funkcje f, g, h są określone w otoczeniu punktu $x_0 \in [-\infty, +\infty]$ (mogą nie być określone w samym x_0), a przy tym

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$$

dla x bliskich x_0 , to z istnienia i równości granic funkcji f oraz h w punkcie x_0 wynika

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} h(x).$$

To samo stosuje się do granic jednostronnych.

Obliczyć granice

$$428. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x^{1000})}{\sqrt{x}} \quad 429. \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \left\{ 1/x^{1000} \right\} \text{ (uwaga: część ułamkowa)} \quad 430. \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$$

Korzystając ze zbieżności (granica funkcji)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e \quad (\spadesuit)$$

obliczyć

$$431. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\sqrt{x^2+x}} \quad 432. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\sqrt{7x^2+5x+1}} \quad 433. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{x+1}}{(x+1)^x}$$

$$434. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\sqrt{x}} \quad 435. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^x$$

$$436. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x \cdot f(x)}, \text{ gdzie } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$$

Wyznaczyć wartości granic ciągów (wolno korzystać ze wzoru (♠) powyżej).

$$437. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right) \quad 438. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+2016}\right) \quad 439. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{2016n+1}\right)$$

$$440. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{2016} \quad 441. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+2016}\right)^{2016} \quad 442. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{2016n+1}\right)^{2016}$$

$$443. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n \quad 444. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{2016n} \quad 445. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n/2016}$$

$$446. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^{2016}} \quad 447. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2016}{n}\right)^n \quad 448. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2016}{n}\right)^n$$

Wyznaczyć wartości granic ciągów:

$$449. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2(n+8)}{\log_2 n} \quad 450. \lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(n+8) - \log_2 n) \quad 451. \lim_{n \rightarrow \infty} \log_n(n+8)$$

$$452. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2(8n+1)}{\log_2 n} \quad 453. \lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(8n+1) - \log_2 n) \quad 454. \lim_{n \rightarrow \infty} \log_n(8n+1)$$

$$455. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2(n^8+1)}{\log_2 n} \quad 456. \lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(n^8+1) - \log_2 n) \quad 457. \lim_{n \rightarrow \infty} \log_n(n^8+1)$$

458. Wyznaczyć asymptoty funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \sqrt[4]{x^4 + x^3 + x^2}.$$

459. W każdym z zadań 459.1-459.16 podaj granicę funkcji.

$$459.1. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = \dots\dots\dots$$

$$459.2. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{2^x} = \dots\dots\dots$$

$$459.3. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{2^{2^x}} = \dots\dots\dots$$

$$459.4. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{2^{2^{2^x}}} = \dots\dots\dots$$

$$459.5. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{2^{2^{2^{2^x}}}} = \dots\dots\dots$$

$$459.6. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{3^{4^x}} = \dots\dots\dots$$

$$459.7. \lim_{x \rightarrow -\infty} 4^{3^{2^x}} = \dots\dots\dots$$

$$459.8. \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{3^{4^{5^x}}} = \dots\dots\dots$$

$$459.9. \lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{4^{5^{6^x}}} = \dots\dots\dots$$

$$459.10. \lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{2^{2^{4^{5^x}}}} = \dots\dots\dots$$

$$459.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x} - x) = \dots\dots\dots$$

$$459.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x} - x) = \dots\dots\dots$$

$$459.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+x^2} - x) = \dots\dots\dots$$

$$459.14. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+2x^2} - x) = \dots\dots\dots$$

$$459.15. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^7+x^6)}{\ln x} = \dots\dots\dots$$

$$459.16. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^7+2x^6)}{\ln x} = \dots\dots\dots$$