

Zadania do omówienia na konwersatorium w czwartek 14.06.2018.

Porównanie zbieżności całek niewłaściwych i szeregów.

Co możemy powiedzieć o zbieżności (zbieżne, rozbieżne, nie wiadomo) szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ lub całek $\int_0^1 f(x)dx$ i $\int_1^{\infty} g(x)dx$, gdzie $f \in C(0,1]$ i $g \in C[1,\infty)$, jeśli wiadomo, że

473. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

474. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$

475. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

476. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

477. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1$

478. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

479. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

480. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = +\infty$

481. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

482. Ciąg (a_n) nie jest zbieżny do 0.483. $g(x)$ nie dąży do 0 przy $x \rightarrow \infty$.484. $f(x)$ nie dąży do 0 przy $x \rightarrow 0$.485. Ciąg (a_n) jest ograniczony.486. Funkcja g jest ograniczona.487. Funkcja f jest ograniczona.488. Ciąg (a_n) nie jest ograniczony.489. Funkcja g nie jest ograniczona.490. Funkcja f nie jest ograniczona.491. Szereg $\sum_{n=2018}^{\infty} a_n$ jest (ro)zbieżny.492. Całka $\int_{2018}^{\infty} g(x)dx$ jest (ro)zbieżna.493. Całka $\int_0^{1/2018} f(x)dx$ jest (ro)zbieżna.494. $a_n = n^p$ - dać odpowiedź w zależności od p .495. $g(x) = x^p$ - dać odpowiedź w zależności od p .496. $f(x) = x^p$ - dać odpowiedź w zależności od p .497. $a_n = p^n$ - dać odpowiedź w zależności od p .498. $g(x) = p^x$ - dać odpowiedź w zależności od $p > 0$.499. $f(x) = p^x$ - dać odpowiedź w zależności od $p > 0$.500. Udowodnić różnymi sposobami zbieżność całki $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$:

a) sprowadzając problem do zbieżności pewnego szeregu,

b) całkując przez części.

Przy jakich warunkach na funkcję f potrafimy w analogiczny sposób udowodnić zbieżność całki $\int_1^{\infty} f(x) \cdot \sin x dx$?