

Kolokwium nr 3: poniedziałek 12.03.2018, godz. 8:15-9:00, materiał zad. 1–141.

Całkowanie funkcji wymiernych.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach we wtorek 6.03.2018 (grupy 2–3).

Nie wszystkie zadania będą szczegółowo rozwiązane.

Należy umieć wskazać zadania, które sprawiły największą problemów.

Obliczyć $\int f(x)dx$, jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

101. $\frac{x-3}{(x^2-6x+13)^2}$ 102. $\arctg\sqrt{x}$ 103. $\frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$ 104. $x^2 \cdot \ln(x+1)$
105. $\frac{x}{(x+1)(2x+1)}$ 106. $\frac{x}{x^2-7x+10}$ 107. $\frac{x-2}{x^2-7x+12}$ 108. $\frac{x}{2x^2-3x-2}$
109. $\frac{4x+3}{(x-2)^3}$ 110. $\frac{x^3+1}{x^3-x^2}$ 111. $\frac{x^4}{x^2+1}$ 112. $\frac{x^3+x}{(x^2+2)^2}$ 113. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$
114. $\frac{1}{x\sqrt{x+1}}$ 115. $\frac{1}{1+\sqrt[3]{x+1}}$ 116. $\frac{e^x-1}{e^x+1}$ Wsk. $t=e^x$ 117. $\frac{x^2}{1+x^3}$
118. $x^3 \cdot \ln(x^4+1)$ 119. $\frac{1}{x^2-x-1}$ 120. $\frac{7x^6+3x^2+4x}{x^7+x^3+2x^2+4}$ 121. $\sqrt{x} \cdot \ln x$
122. $\frac{e^x}{e^{2x}+1}$ 123. $\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ 124. $\frac{e^x}{e^{3x}-1}$ 125. $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}}$ 126. $\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}$
127. $\frac{1}{(x^2+2x+2)(x^2-4)}$ 128. $\frac{1}{x^6+x^4}$ 129. $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x+2}}}$ 130. $\frac{x^4}{x^{15}-1}$
131. $\frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)}$ 132. $\frac{1}{x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

Sprowadzić następujące całki do całek funkcji wymiernych:

133. $\int \sin^{10} x \, dx$ 134. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ 135. $\int \frac{x^{20}}{x^{30} + \sqrt{x+1}} \, dx$
136. $\int \frac{\sqrt[5]{x+32}+11}{\sqrt[7]{x+32}+x} \, dx$ 137. $\int \sqrt[7]{21+\sqrt[3]{x+5}} \, dx$ 138. $\int \frac{\sqrt{x+7}+x}{x^2 \cdot \sqrt{x+7}+4} \, dx$
139. $\int \sqrt{x^2-1} \, dx$ Wsk.¹ $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}=t$ 140. $\int \frac{x \, dx}{1+\sqrt{x^2+9}}$ 141. $\int x^7 \cdot \sqrt{x^2-16} \, dx$

Wskazówka do niektórych zadań:

$$t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}, \quad \frac{x}{2} = \arctg t, \quad x = 2 \cdot \arctg t, \quad dx = \frac{2}{t^2+1} dt,$$

$$\sin x = \frac{2t}{t^2+1}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{t^2+1}. \quad \leftarrow \text{udowodnić te równości !!!}$$

¹Uważać na znak !!!