

Kolokwium nr 5: poniedziałek 26.03.2018, godz. 8:15-9:00, materiał zad. 1–216.

Całka oznaczona – zastosowania.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach we wtorek 20.03.2018 (grupy 2–3).

Nie wszystkie zadania będą szczegółowo rozwiązane.

Należy umieć wskazać zadania, które sprawiły najwięcej problemów.

Obliczyć granice

$$176. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+3} + \dots + \frac{1}{3n}$$

$$177. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^{20} + 2^{20} + 3^{20} + \dots + n^{20}}{n^{21}}$$

$$178. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \frac{1}{(n+3)^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} \right) \cdot n$$

$$179. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n+2}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{3n}}$$

$$180. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n} + \sqrt{4n+1} + \sqrt{4n+2} + \dots + \sqrt{5n} \right) \cdot \frac{1}{n\sqrt{n}}$$

$$181. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{8n}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$$

$$182. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2} + \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+9} + \frac{n}{n^2+16} + \dots + \frac{n}{n^2+n^2}$$

$$183. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{7n^2} + \frac{1}{7n^2+1} + \frac{1}{7n^2+2} + \frac{1}{7n^2+3} + \dots + \frac{1}{8n^2}$$

$$184. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+3}} + \frac{1}{\sqrt{n+6}} + \frac{1}{\sqrt{n+9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{7n}} \right) \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$185. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+0}{(3n)^3} + \frac{n^2+1}{(3n+1)^3} + \frac{n^2+2}{(3n+2)^3} + \frac{n^2+3}{(3n+3)^3} + \dots + \frac{n^2+n}{(4n)^3}$$

Wskazówka: Skorzystać z twierdzenia o trzech ciągach.

$$186. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{5n} + \frac{4}{5n+3} + \frac{4}{5n+6} + \frac{4}{5n+9} + \dots + \frac{4}{26n}$$

$$187. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{7n} + \frac{1}{7n+2} + \frac{1}{7n+4} + \frac{1}{7n+6} + \dots + \frac{1}{9n}$$

$$188. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n^2} + \frac{n}{2(n+1)^2} + \frac{n}{2(n+2)^2} + \frac{n}{2(n+3)^2} + \dots + \frac{n}{50n^2}$$

$$189. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n^2} + \frac{n}{n^2+(n+1)^2} + \frac{n}{n^2+(n+2)^2} + \frac{n}{n^2+(n+3)^2} + \dots + \frac{n}{50n^2}$$

Obliczyć pole figury ograniczonej podanymi krzywymi (określonymi opisem lub równaniem):

190. $y = x^2$ i $y = 2x + 5$

191. $y = e^x$ i prostą przechodzącą przez punkty $(0,1)$ i $(1,e)$

192. $y = \sin x$ i $y = \frac{2x}{\pi}$

193. $y = x^4$ i $y = x^3$

194. $y = \frac{1}{x}$ i $y = \frac{5}{2} - x$

195. $y = \frac{1}{x^2}$, $y = \frac{1}{x^3}$ i $x = 2$

Dla danych $f(x)$, a i b obliczyć długość łuku krzywej o równaniu $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$

196. x , 1 , 2

197. $2x - 3$, -7 , 12

198. x^2 , 0 , 1 **Wskazówka:** Skorzystać z tablic całek.

199. e^x , 1 , 2

200. $\sqrt{x^3}$, 6 , 10

201. $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$, 0 , 1

Dla danych $f(x)$, a i b obliczyć pole powierzchni powstałej przez obrót krzywej o równaniu $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ wokół osi OX

202. x^3 , 0 , 5

203. e^{-x} , 0 , 10

204. $\sqrt{x}$, 0 , 4

205. $\sin x$, 0 , π

206. $\cos 7x$, 0 , 2π

Dla danych $f(x)$, a i b obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru zdefiniowanego nierównościami $0 \leq y \leq f(x)$, $a \leq x \leq b$

207. $\sqrt{x}$, 0 , 1

208. x , 1 , 5

209. x^7 , 0 , 10

210. e^x , -3 , 0

211. $\sin x$, 0 , $\frac{3\pi}{2}$

Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OY obszaru ograniczonego krzywymi o podanych równaniach:

212. $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ i $x = 5$

213. $y = \sin x$ i $y = -\sin x$, $0 \leq x \leq \pi$

214. $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ i $x = 2$

215. $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 1$ i $x = e$

216. $y^2 = 1 - (x - 2)^2$