

**628.** Obliczyć wartość sumy  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2}$ . Wolno skorzystać z gotowych wartości całek:

$$\int_0^{2\pi} e^{x\sqrt{2}} dx = \frac{e^{2\pi\sqrt{2}} - 1}{\sqrt{2}},$$

$$\int_0^{2\pi} e^{2x\sqrt{2}} dx = \frac{e^{4\pi\sqrt{2}} - 1}{2\sqrt{2}},$$

$$\int_0^{2\pi} e^{x\sqrt{2}} \cos nx dx = (e^{2\pi\sqrt{2}} - 1) \cdot \frac{\sqrt{2}}{n^2 + 2},$$

$$\int_0^{2\pi} e^{x\sqrt{2}} \sin nx dx = (e^{2\pi\sqrt{2}} - 1) \cdot \frac{-n}{n^2 + 2}.$$

W miarę możliwości rozwiązać zadanie dwoma sposobami i porównać wyniki. Dla czytelności przeprowadzanych rachunków oraz podanej odpowiedzi można użyć oznaczeń:

$$A = e^{2\pi\sqrt{2}} - 1 \quad \text{oraz} \quad B = e^{2\pi\sqrt{2}} + 1.$$

W kolejnych zadaniach zakładamy, że funkcja  $f$  jest na tyle regularna, że nie ma problemu z obliczeniem współczynników jej szeregu Fouriera, a przy tym  $f$  jest sumą swojego szeregu Fouriera.

**629.** Dowieść, że jeśli  $f$  jest funkcją okresową o okresie  $\pi$ , to w jej szeregu Fouriera  $a_n = b_n = 0$  dla  $n$  nieparzystych.

**630.** Dowieść, że jeśli  $f$  jest funkcją okresową o okresie  $\frac{\pi}{2}$ , to w jej szeregu Fouriera  $a_n = b_n = 0$  dla  $n$  niepodzielnych przez 4.

**631.** Dowieść, że jeśli  $f$  jest funkcją okresową o okresie  $2\pi/3$ , to w jej szeregu Fouriera  $a_n = b_n = 0$  dla  $n$  niepodzielnych przez 3.

**632.** Dowieść, że jeśli  $f$  jest funkcją okresową o okresie  $2\pi/5$ , to w jej szeregu Fouriera  $a_n = b_n = 0$  dla  $n$  niepodzielnych przez 5.

**633.** Dana jest funkcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  okresowa o okresie  $2\pi$ . Dowieść, że  $f$  spełnia dla każdego  $x \in \mathbb{R}$  równość

$$f(x) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

wtedy i tylko wtedy, gdy .....  
<<< podać warunek w języku współczynników szeregu Fouriera funkcji  $f$  >>>