

634. Rozwiązać równanie $z^5 = 1$ bez użycia funkcji trygonometrycznych.

Wskazówka: $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = (z^2 + az + 1)(z^2 + bz + 1)$

Wyjaśnić, czemu wskazówka zadziałała.

Na podstawie uzyskanego rozwiązania równania podać wartości sinusa i cosinusa dla odpowiednich (ciekawych) kątów.

Uprościć wyrażenia (w uproszczonej formie nie może występować więcej niż jeden symbol $\arctg$):

635. $\arctg 3 + \arctg 7$

636. $\arctg 2 + \arctg 8$

637. $\arctg 5 + \arctg 8$

638. Znaleźć taką funkcję dwukrotnie różniczkowalną $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f''(x) = \cos^4 x \quad \text{dla każdego } x \in \mathbb{R},$$

a ponadto $f(0) = f(\pi) = 0$. Obliczyć $f(2\pi)$.

639. Wyznaczyć taką liczbę wymierną $a < 5$, że $\int_a^5 \frac{dx}{x^2 + 1} = \frac{\pi}{4}$.

640. Obliczyć sumę szeregu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{3^n}$ sprowadzając wynik do postaci $\frac{a + b \cos x}{c + d \cos x}$, gdzie a, b, c, d są liczbami całkowitymi.