

KOŁOKWIUM nr 6, 3.12.2018, godz. 14:15–15:00

Zadanie 11. (20+1=21 punktów) W każdym z zadań 11.1–11.10 podaj w postaci uproszczonej (tzn. liczby wymierne muszą być zapisane w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego) kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** albo **NIE**, ewentualnie **T** albo **N**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty = \infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **2 punkty**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz przynależność jednego z nich do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy (ale co najmniej jeden w postaci rażąco nieuproszczonej) i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.

PROMOCJA: Możesz otrzymać **dodatkowy punkt** za wykazanie się kulturą matematyczną przy upraszczaniu wyników – punkt ten dostaniesz za zapisanie jednego z kresów w postaci, która w odpowiedziach do kolokwium będzie ujęta w ramkę.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

11.1. $A = \{\sqrt{x^2 + 2x + 1} : x \in (-10, 4)\}$ Ocena

$\inf A = 0$

$\sup A = 9$

Czy kres dolny należy do zbioru A **TAK** Czy kres górny należy do zbioru A **NIE**

11.2. $B = \{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} : x \in (-10, 4)\}$ Ocena

$\inf B = -9$

$\sup B = 5$

Czy kres dolny należy do zbioru B **NIE** Czy kres górny należy do zbioru B **NIE**

11.3. $C = \{(7 - 4\sqrt{3})^n : n \in \mathbb{N}\}$ Ocena

$\inf C = 0$

$\sup C = 7 - 4\sqrt{3}$

Czy kres dolny należy do zbioru C **NIE** Czy kres górny należy do zbioru C **TAK**

11.4. $D = \left\{ (7 - 5\sqrt{2})^n : n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$$\inf D = 7 - 5\sqrt{2}$$

$$\sup D = (7 - 5\sqrt{2})^2$$

Czy kres dolny należy do zbioru D **TAK** Czy kres górny należy do zbioru D **TAK**

11.5. $E = \left\{ \sqrt{n^2 + 80n} - n : n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$$\inf E = 8$$

$$\sup E = 40$$

Czy kres dolny należy do zbioru E **TAK** Czy kres górny należy do zbioru E **NIE**

11.6. $F = \left\{ \sqrt{n^2 + 120n} - n : n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$$\inf F = 10$$

$$\sup F = 60$$

Czy kres dolny należy do zbioru F **TAK** Czy kres górny należy do zbioru F **NIE**

11.7. $G = \left\{ \frac{1}{10n - 44} : n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$$\inf G = -1/4$$

$$\sup G = 1/6$$

Czy kres dolny należy do zbioru G **TAK** Czy kres górny należy do zbioru G **TAK**

11.8. $H = \left\{ \frac{1}{(10n - 44)^2} : n \in \mathbb{N} \right\}$

Ocena

$$\inf H = 0$$

$$\sup H = 1/16$$

Czy kres dolny należy do zbioru H **NIE** Czy kres górny należy do zbioru H **TAK**

11.9. $I = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 27n^3 \leq 8m^3 \leq 32n^3 \right\}$

Ocena

$$\inf I = 3/2$$

$$\sup I = \sqrt[3]{4}$$

Czy kres dolny należy do zbioru I **TAK** Czy kres górny należy do zbioru I **NIE**

11.10. $J = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 27^n \leq 8^m \leq 32^n \right\}$

Ocena

$$\inf J = \log_8 27 = \boxed{\log_2 3}$$

$$\sup J = 5/3$$

Czy kres dolny należy do zbioru J **NIE** Czy kres górny należy do zbioru J **TAK**
