

75	76	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr 73, 8.11.2018, godz. 8:15–9:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **75.** (10 punktów)

Wskaż liczby rzeczywiste a i k , dla których podana granica istnieje i jest dodatnią liczbą rzeczywistą. Podaj wartość granicy dla tych wartości parametrów a i k . Jeżeli odpowiedź jest liczbą wymierną, podaj ją w postaci **ułamka nieskracalnego lub liczby całkowitej**. Za każde zadanie, w którym podasz poprawną odpowiedź (liczby a i k oraz uproszczona granica) otrzymasz **2 punkty**.

W zadaniach skorzystaj ze wzoru Stirlinga:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! \cdot e^n}{n^n \cdot \sqrt{n}} = \sqrt{2\pi}.$$

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a^n \cdot n^k \cdot \binom{2n}{n} \right) = \dots\dots\dots$ dla $a = \dots\dots\dots$ $k = \dots\dots\dots$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a^n \cdot n^k \cdot \binom{3n}{n} \right) = \dots\dots\dots$ dla $a = \dots\dots\dots$ $k = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a^n \cdot n^k \cdot \binom{4n}{n} \right) = \dots\dots\dots$ dla $a = \dots\dots\dots$ $k = \dots\dots\dots$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a^n \cdot n^k \cdot \binom{4n}{2n} \right) = \dots\dots\dots$ dla $a = \dots\dots\dots$ $k = \dots\dots\dots$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a^n \cdot n^k \cdot \binom{2n}{n} \cdot \binom{3n}{n} \right) = \dots\dots\dots$ dla $a = \dots\dots\dots$ $k = \dots\dots\dots$

Zadanie **76.** (10 punktów)

Liczby wymierne dodatnie a i b spełniają warunek $a^b = 2$. Dowieść, że liczby a i $1/b$ są całkowite.