

Kolokwium nr 4: poniedziałek 19.11.2018, godz. 14:15-15:00, materiał zad. 1–230.

Kolokwium nr 5: poniedziałek 26.11.2018, godz. 14:15-15:00, materiał zad. 1–264.

Poziom standardowy (z myślą o ocenie co najwyżej dobrej)

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

6. Twierdzenie o trzech ciągach.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 19,22.11.2018 (grupy 2–5).

Zbadać zbieżność ciągu (a_n) określonego podanym wzorem; obliczyć granicę, jeśli ciąg jest zbieżny.

251. $\sqrt[n^2]{n}$ **252.** $\sqrt[n]{n^2}$ **253.** $\frac{\sqrt{8n^2+1}}{\sqrt{2n^4+1}} + \frac{\sqrt{8n^2+2}}{\sqrt{2n^4+2}} + \frac{\sqrt{8n^2+3}}{\sqrt{2n^4+3}} + \dots + \frac{\sqrt{8n^2+3n}}{\sqrt{2n^4+3n}}$

254. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^4 - n^2 + 1}{5n^5 - n^3 + 1} + \frac{3n^4 - 2n^2 + 4}{5n^5 - 2n^3 + 8} + \frac{3n^4 - 3n^2 + 9}{5n^5 - 3n^3 + 27} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{3n^4 - kn^2 + k^2}{5n^5 - kn^3 + k^3} + \dots + \frac{3n^4 - 2n^3 + 4n^2}{5n^5 - 2n^4 + 8n^3} \right).$$

255. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3 + 3}{\sqrt{n^{10} + 3}} + \frac{5n^3 + 6}{\sqrt{n^{10} + 6}} + \frac{5n^3 + 9}{\sqrt{n^{10} + 9}} + \frac{5n^3 + 12}{\sqrt{n^{10} + 12}} + \dots + \frac{5n^3 + 6n^2}{\sqrt{n^{10} + 6n^2}} \right).$$

256. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 1}{n^3 + \sqrt{n^6 + 1}} + \frac{4n^2 + 2}{n^3 + \sqrt{n^6 + 2}} + \frac{4n^2 + 3}{n^3 + \sqrt{n^6 + 3}} + \frac{4n^2 + 4}{n^3 + \sqrt{n^6 + 4}} + \dots + \frac{4n^2 + 6n}{n^3 + \sqrt{n^6 + 6n}} \right).$$

257. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^3} + \frac{n}{n^3 + 1} + \frac{n}{n^3 + 2} + \frac{n}{n^3 + 3} + \frac{n}{n^3 + 4} + \frac{n}{n^3 + 5} + \frac{n}{n^3 + 6} + \dots + \frac{n}{(n+1)^3} \right).$$

258. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^3 + 1}}{\sqrt{49n^7 - 1}} + \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{\sqrt{49n^7 + 1}} + \frac{\sqrt{n^3 + 3}}{\sqrt{49n^7 - 1}} + \dots + \frac{\sqrt{n^3 + k}}{\sqrt{49n^7 + (-1)^k}} + \dots + \frac{\sqrt{(n+1)^3}}{\sqrt{49n^7 - 1}} \right).$$

259. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{\sqrt{n^6 + 1}} + \frac{n^2 + 1}{\sqrt{(n^2 + 1)^3 + 1}} + \frac{n^2 + 2}{\sqrt{(n^2 + 2)^3 + 1}} + \frac{n^2 + 3}{\sqrt{(n^2 + 3)^3 + 1}} + \frac{n^2 + 4}{\sqrt{(n^2 + 4)^3 + 1}} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{n^2 + k}{\sqrt{(n^2 + k)^3 + 1}} + \dots + \frac{(n+3)^2}{\sqrt{(n+3)^6 + 1}} \right).$$

260. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{k \cdot n^k + 1}}{n^7 + 1} + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + 2}}{n^7 + 4} + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + 3}}{n^7 + 9} + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + 4}}{n^7 + 16} + \dots + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + n^3}}{n^7 + n^6} \right)$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej dodatniej parametru k , aby powyższa granica była dodatnia i skończona.

261. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 1}}{n^{13} + 1} + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 2}}{n^{13} + 4} + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 3}}{n^{13} + 9} + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 4}}{n^{13} + 16} + \dots + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + n^4}}{n^{13} + n^8} \right)$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej dodatniej parametru k , aby powyższa granica była dodatnia i skończona.

262. a) Dobrać takie liczby całkowite $A > 0$ i $B > 1$, aby zadanie **b)** miało sens.

b) Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2}}{(n+1)^2} + \frac{\sqrt{n^2+3}}{(n+1)^2+2} + \frac{\sqrt{n^2+6}}{(n+1)^2+4} + \frac{\sqrt{n^2+9}}{(n+1)^2+6} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sqrt{n^2+3k}}{(n+1)^2+2k} + \dots + \frac{\sqrt{(n+A)^2-6}}{(n+B)^2-4} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-3}}{(n+B)^2-2} + \frac{\sqrt{(n+A)^2}}{(n+B)^2} \right)$$

dla A i B dobranych w zadaniu **a)**.

263. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2}}{(n+1)^2} + \frac{\sqrt{n^2+5}}{(n+1)^2+3} + \frac{\sqrt{n^2+10}}{(n+1)^2+6} + \frac{\sqrt{n^2+15}}{(n+1)^2+9} + \frac{\sqrt{n^2+20}}{(n+1)^2+12} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sqrt{n^2+5k}}{(n+1)^2+3k} + \dots + \frac{\sqrt{(n+A)^2-15}}{(n+B)^2-9} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-10}}{(n+B)^2-6} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-5}}{(n+B)^2-3} + \frac{\sqrt{(n+A)^2}}{(n+B)^2} \right)$$

dla tak dobranych liczb całkowitych $A > 0$ i $B > 1$, aby zadanie miało sens.

264. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2}}{(n+2)^2} + \frac{\sqrt{n^2+2}}{(n+2)^2+1} + \frac{\sqrt{n^2+4}}{(n+2)^2+2} + \frac{\sqrt{n^2+6}}{(n+2)^2+3} + \frac{\sqrt{n^2+8}}{(n+2)^2+4} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sqrt{n^2+2k}}{(n+2)^2+k} + \dots + \frac{\sqrt{(n+A)^2-6}}{(n+B)^2-3} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-4}}{(n+B)^2-2} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-2}}{(n+B)^2-1} + \frac{\sqrt{(n+A)^2}}{(n+B)^2} \right)$$

dla tak dobranych liczb całkowitych $A > 0$ i $B > 2$, aby zadanie miało sens.