Kolokwium nr 9: poniedziałek 7.01.2019, godz. 14:15-15:00, materiał zad. 1–580.

Poziom standardowy (z myślą o ocenie co najwyżej dobrej)

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

10. Pochodna funkcji.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 17,20.12.2018 i 3.01.2019 (grupy 2–5).

558. Niech $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$. Korzystając **z definicji** pochodnej obliczyć $f'(8)$.

559. Niech $f(x)=x^5$. Korzystając **z definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na $f'(x)$.

560. Korzystając **z definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na pochodną funkcji f określonej wzorem $f(x)=\frac{1}{x}$.

561. Korzystając **z definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na pochodną funkcji f określonej wzorem $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$.

562. Korzystając **z definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na pochodną funkcji f określonej wzorem $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.
Uwaga: W tym i poprzednich zadaniach nie wolno korzystać z reguły de l'Hospitala lub w inny sposób omijać bezpośrednie korzystanie z definicji pochodnej.

563. Korzystając ze wzorów na pochodną iloczynu i złożenia funkcji oraz ze znajomości pochodnych funkcji potęgowych wyprowadzić wzór na pochodną ilorazu.

564. Obliczyć pochodną funkcji f określonej wzorem

$$f(x)=\sqrt{\sqrt{1+x^2}-1}\,.$$

Podać, w jakim zbiorze istnieje pochodna. Rozstrzygnąć istnienie pochodnych jednostronnych w punktach nieróżniczkowalności.

565. Wyznaczyć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x)=x^2$ w punkcie $(2,4)$ z osią OY.

566. Wyznaczyć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x)=e^x$ w punkcie $(0,1)$ z osią OX.

567. Wyznaczyć punkt przecięcia prostych stycznych do wykresu funkcji $f(x)=x^3$ w punktach $(-1,-1)$ i $(2,8)$.

568. Wyprowadzić wzór na pochodną funkcji

$$f(x)=\frac{7+\sin^4 x-\sin^2 x}{7+\cos^4 x-\cos^2 x}\,.$$

Doprowadzić wzór na pochodną do możliwie najprostszej postaci.

Obliczyć pochodną funkcji zmiennej x o podanym wzorze. Podać, w jakim zbiorze istnieje pochodna.

Wskazówka: $A^B = e^{B\ln A}$.

569. $\log_{10}(x-1)$ **570.** $\log_2|\log_3(\log_5 x)|$ **571.** $e^{\sqrt{\ln x}}$ **572.** $e^{-x^2}\ln x$

573. x^{x^2} **574.** $x^{\sqrt{x}}$ **575.** $(\ln x)^x$ **576.** x^{x^x}

577. Wyznaczyć równanie prostej, która jest styczna do obydwu następujących parabol: paraboli o równaniu $y=x^2$ oraz paraboli o równaniu $y=x^2-8x$.

578. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\sqrt[3]{x^3+x^5}$ jest różniczkowalna w zerze.

579. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\sqrt[4]{x^4+x^6}$ jest różniczkowalna w zerze.

580. W każdym z zadań **580.1-580.7** podaj **w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego** wartości pochodnej funkcji w trzech podanych punktach.

580.1. $f_1(x)=\ln\left(x^3+1\right)$

$f_1'(1)=$ ..... $f_1'(2)=$ ..... $f_1'(3)=$ .....

580.2. $f_2(x)=\operatorname{arctg}\left(x^2\right)$

$f_2'(1)=$ ..... $f_2'(2)=$ ..... $f_2'(3)=$ .....

580.3. $f_3(x)=\sqrt{24x+1}$

$f_3'(0)=$ ..... $f_3'(1)=$ ..... $f_3'(2)=$ .....

580.4. $f_4(x)=\sqrt[3]{x^3-x+8}$

$f_4'(-1)=$ ..... $f_4'(0)=$ ..... $f_4'(1)=$ .....

580.5. $f_5(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^4-x^2+9}}$

$f_5'(-1)=$ ..... $f_5'(0)=$ ..... $f_5'(1)=$ .....

580.6. $f_6(x)=\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^5-x+32}}$

$f_6'(-1)=$ ..... $f_6'(0)=$ ..... $f_6'(1)=$ .....

580.7. $f_7(x)=\sqrt{8x+1}\cdot\sqrt[3]{7x^2+1}$

$f_7'(0)=$ ..... $f_7'(1)=$ ..... $f_7'(3)=$ .....