

Kolokwium nr 10: poniedziałek 14.01.2019, godz. 14:15-15:00, materiał zad. 1–630.

Poziom standardowy (z myślą o ocenie co najwyżej dobrej)

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

11. Pochodna funkcji – zastosowania.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 7,10.01.2019 (grupy 2–5).

Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji określonej podanym wzorem w podanym przedziale

613. $\ln x - \frac{x}{10}$, $[1, e^3]$ **614.** $|\sin x| + \frac{x}{2}$, $[0, 2\pi]$

615. $3\sin x + \sin 3x$, $[0, 2\pi]$ **616.** $x - 4\sqrt{x} + \ln x$, $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$

617. Potrzebna jest kadź w kształcie walca, otwarta u góry, której dno i bok wykonane są z tego samego materiału. Kadź ma mieć pojemność 257 hektolitów. Jaki powinien być stosunek średnicy dna do wysokości kadzi, aby do jej wykonania potrzeba było jak najmniej materiału?

618. Rozważamy graniastosłupy prawidłowe o podstawie trójkątnej i objętości 1. Który z nich ma najmniejsze pole powierzchni całkowitej?

619. Interesuje nas punkt na osi OX o najmniejszej sumie odległości od punktów $(-1, 1)$ i $(2, 2)$. Wyznaczyć ten punkt dwoma sposobami:

- a) brutalnym rachunkiem z pochodnymi,
- b) sprytną geometrią (odbicie).

Obliczyć granice

620. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$ **621.** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^x - 4}{x - 2}$

622. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}$

Dla którego A istnieje $f'(0)$ i ile jest równa?

623. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{\sin(\pi x)} & \text{dla } x \notin \mathbb{Z} \\ x^2 - 2x & \text{dla } x \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Obliczyć $f'(x)$ dla tych $x \in \mathbb{Z}$, dla których istnieje.

624. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(\pi x) + 1}{\sin(\pi x)} & \text{dla } x \notin \mathbb{Z} \\ x^3 - x & \text{dla } x \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Obliczyć $f'(x)$ dla tych $x \in \mathbb{Z}$, dla których istnieje.

625. Niech $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - 3e^x + 2}{x^2} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}$

Dla którego A istnieje $f'(0)$ i ile jest równa?

**Poniższe zadania rozwiązane są na liście 21R
i dlatego ich omawianie na ćwiczeniach ma najniższy priorytet.**

626. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = x + |x^2 - 6|$$

na przedziale $[-4, 3]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnięte.

627. Wyznaczyć punkty, w których funkcja f zdefiniowana wzorem

$$f(x) = \frac{9}{x} - \frac{81}{8x^2} + \ln x$$

osiąga najmniejszą i największą wartość na przedziale $[4, 5]$.

628. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = x + |x^2 - x - 12|$$

na przedziale $[-5, 5]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnięte.

629. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = x^2 - \sqrt{9x^2 + 6x + 1}$$

na przedziale $[-2, 2]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnięte.

630. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \sqrt{16x^2 - 16x + 4} - x^2$$

na przedziale $[-1, 3]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągnięte.