

Kolokwium nr 11: poniedziałek 21.01.2019, godz. 14:15-15:00, materiał zad. 1–658.

Poziom standardowy (z myślą o ocenie co najwyżej dobrej)

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

12. Pochodne wyższych rzędów.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 14,17.01.2019 (grupy 2–5).

641. Wyznaczyć wszystkie takie pary liczb rzeczywistych (a, b) , że funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = e^{ax} \cdot \cos(bx)$$

jest równa swojej pochodnej trzeciego rzędu.

642. Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu 2016 funkcji

$$f(x) = e^x \sin(x\sqrt{3}).$$

Otrzymany wzór powinien mieć prostą postać, nie zawierającą żadnego ze znaków "Σ", "+", "−".

Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu n funkcji zmiennej x danej wzorem:

643. $\ln(x^{10})$

644. $x^2 \ln x$

645. $\sqrt{x}$

646. $x^2 \sin x$

647. $\frac{1-x}{1+x}$

648. xe^x

649. $\sin 5x$

650. x^7

651. e^{4x}

652. $x + \frac{1}{x}$

653. $x^2 e^{-x}$

654. $\sin^2 x$

655. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^x}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}.$$

a) Dla której wartości parametru A istnieje $f'(0)$ i ile jest równa?

b) Dla tej samej wartości parametru A wyznaczyć $f''(0)$.

Korzystając ze wzoru Taylora w postaci:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0 + t_x(x - x_0)) \cdot (x - x_0)^2}{2},$$

gdzie $t_x \in (0, 1)$, zastosowanego do odpowiednio dobranych funkcji, oszacować (od góry i od dołu) następujące liczby:

656. $\sqrt{79}$

657. $\ln(5/4)$

658. $\arctg(1/2)$