

KOŁOKWIUM nr 5, 28.03.2019, godz. 12:15–13:00**Zadanie 8. (21 punktów)**

W każdym z zadań 8.1-8.21 podaj wartość całki oznaczonej – **odpowiedź musi być podana w postaci uproszczonej**, a w szczególności:

- liczby wymierne muszą być zapisane w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego – dotyczy to zarówno liczb stanowiących całą odpowiedź, jak i będących jej częścią (np. argumentem funkcji lub współczynnikiem),
- w odpowiedzi nie może wystąpić symbol "arctg",
- w odpowiedzi może wystąpić co najwyżej jeden symbol "ln".

Za każdą poprawną (i uproszczoną zgodnie z powyższymi regułami) odpowiedź otrzymasz **1 punkt**.

Wskazówka: W niektórych zadaniach lepiej nie całkować bezpośrednio, tylko narysować odpowiednią figurę i obliczyć jej pole.

$$8.1. \int_1^7 \frac{x \, dx}{x^2 + 1} = \ln 5$$

$$8.2. \int_1^5 \frac{x \, dx}{x^2 + 2} = \ln 3$$

$$8.3. \int_1^5 \frac{x \, dx}{x^2 + 7} = \ln 2$$

$$8.4. \int_1^{16} \sqrt{x} \, dx = 42$$

$$8.5. \int_1^8 \sqrt[3]{x} \, dx = \frac{45}{4}$$

$$8.6. \int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \frac{9}{2}$$

$$8.7. \int_{-3}^5 |x| \, dx = 17$$

$$8.8. \int_{-2}^6 |x| \, dx = 20$$

$$8.9. \int_{-1}^7 |x| \, dx = 25$$

$$8.10. \int_{-6}^6 \left| |x| - 1 \right| dx = \mathbf{26}$$

$$8.16. \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx = \mathbf{4\pi}$$

$$8.11. \int_{-6}^6 \left| |x| - 2 \right| dx = \mathbf{20}$$

$$8.17. \int_0^2 \sqrt{16 - x^2} dx = \frac{\mathbf{4\pi}}{\mathbf{3}} + \mathbf{2\sqrt{3}}$$

$$8.12. \int_{-6}^6 \left| |x| - 3 \right| dx = \mathbf{18}$$

$$8.18. \int_2^4 \sqrt{16 - x^2} dx = \frac{\mathbf{8\pi}}{\mathbf{3}} - \mathbf{2\sqrt{3}}$$

$$8.13. \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx = \mathbf{2\pi}$$

$$8.19. \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{12 - x^2} dx = \mathbf{3\pi}$$

$$8.14. \int_0^2 \sqrt{8 - x^2} dx = \mathbf{\pi + 2}$$

$$8.20. \int_0^3 \sqrt{12 - x^2} dx = \mathbf{2\pi} + \frac{\mathbf{3\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$$

$$8.15. \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx = \mathbf{\pi - 2}$$

$$8.21. \int_3^{2\sqrt{3}} \sqrt{12 - x^2} dx = \mathbf{\pi} - \frac{\mathbf{3\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$$
