

81	82	83	84	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 2, KOŁOKWIUM nr 81, 30.04.2019, godz. 8:15–10:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **81.** (1000 punktów do podziału)

Dana jest taka funkcja ciągła $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$, że całki

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \quad \text{oraz} \quad \int_{-\infty}^{\infty} (f(x))^3 dx$$

są zbieżne. Dowieść, że całka

$$\int_{-\infty}^{\infty} (f(x))^2 dx$$

jest zbieżna.

Zadanie **82.** (1000 punktów do podziału)

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\sqrt[4]{1} + \sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[4]{5} + \dots + \sqrt[4]{n-3} + \sqrt[4]{n-2} + \sqrt[4]{n-1} + \sqrt[4]{n} \right)^k}{\left(\sqrt[8]{1} + \sqrt[8]{2} + \sqrt[8]{3} + \sqrt[8]{4} + \sqrt[8]{5} + \dots + \sqrt[8]{n-3} + \sqrt[8]{n-2} + \sqrt[8]{n-1} + \sqrt[8]{n} \right)^m}$$

dla tak dobranych względnie pierwszych liczb naturalnych k i m , aby granica ta była liczbą rzeczywistą dodatnią.

Zadanie **83.** (1000 punktów do podziału)

Obliczyć

$$\left[\sum_{n=1}^{10^{10}} \frac{1}{n^{1,1}} \right],$$

gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y .

Zadanie **84.** (1000 punktów do podziału)

Rozstrzygnąć, czy wartość całki oznaczonej

$$\int_{36}^{37} \sqrt[3]{x^2 + 432} dx \approx \mathbf{12,08333}$$

jest mniejsza czy większa od $145/12 \approx \mathbf{12,08333}$.