

85	86	87	88	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 2, KOŁOKWIUM nr 82, 21.05.2019, godz. 8:15–10:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **85.** (1000 punktów do podziału)

W każdym z zadań **85.1–85.8** podaj wartość parametru p , dla której podana granica jest dodatnia i skończona oraz podaj wartość granicy dla tej wartości parametru p .

85.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^n \sqrt{k} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

85.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^{4n} \sqrt{k} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

85.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^n k\sqrt{k} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

85.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^n \sqrt[3]{k} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

85.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

85.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^{4n} \frac{1}{n+k} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

85.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{(n+k)^2} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

85.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^p \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{(n+k)^3} \right) = \dots\dots\dots$ dla $p = \dots\dots\dots$

Zadanie **86.** (1000 punktów do podziału)

W każdym z zadań **86.1**–**86.8** podaj w postaci uproszczonej wartość całki oznaczonej.

Wskazówka: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{p^n} = \frac{p \cdot \sin x}{p^2 + 1 - 2p \cdot \cos x}$ dla $p > 1$.

$$\text{86.1. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{5 - 4\cos x} = \dots\dots\dots \quad \text{86.2. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{5 - 3\cos x} = \dots\dots\dots$$

$$\text{86.3. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin x \cdot \sin 2x \, dx}{5 - 4\cos x} = \dots\dots\dots \quad \text{86.4. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin x \cdot \sin 2x \, dx}{5 - 3\cos x} = \dots\dots\dots$$

$$\text{86.5. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin x \cdot \sin 3x \, dx}{5 - 4\cos x} = \dots\dots\dots \quad \text{86.6. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin x \cdot \sin 3x \, dx}{5 - 3\cos x} = \dots\dots\dots$$

$$\text{86.7. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{13 - 5\cos x} = \dots\dots\dots \quad \text{86.8. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{17 - 8\cos x} = \dots\dots\dots$$

Zadanie **87.** (1000 punktów do podziału)

W każdym z zadań **87.1**–**87.8** podaj w postaci uproszczonej wartość całki oznaczonej.

$$\text{87.1. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(5 - 4\cos x)^2} = \dots\dots\dots \quad \text{87.2. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(5 - 3\cos x)^2} = \dots\dots\dots$$

$$\text{87.3. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(13 - 5\cos x)^2} = \dots\dots\dots \quad \text{87.4. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(17 - 8\cos x)^2} = \dots\dots\dots$$

$$\text{87.5. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(5 - 4\cos x) \cdot (5 - 3\cos x)} = \dots\dots\dots$$

$$\text{87.6. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(13 - 5\cos x) \cdot (17 - 8\cos x)} = \dots\dots\dots$$

$$\text{87.7. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(5 - 4\cos x) \cdot (13 - 5\cos x)} = \dots\dots\dots$$

$$\text{87.8. } \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x \, dx}{(5 - 3\cos x) \cdot (13 - 5\cos x)} = \dots\dots\dots$$

Zadanie **88.** (1000 punktów do podziału)

Podać przykład takiej funkcji ciągłej $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$, że całka

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx$$

jest zbieżna, ale całka

$$\int_{-\infty}^{\infty} (f(x))^2 \, dx$$

jest rozbieżna.