

Wybrane zadania z poprzedniego egzaminu

do omówienia na wykładzie 10.06.2019 i początku konwersatorium 13.06.2019.

Pozostała część konwersatorium będzie poświęcona na odpowiadanie na pytania studentów.

471. Wyznaczyć zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których całka niewłaściwa $\int_0^{\infty} \frac{x^p}{x^\pi + x^e} dx$ jest zbieżna.

472. Udowodnić zbieżność szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2 + 2}$.

Starannie sformułuj kryteria, z których korzystasz i szczegółowo je uzasadnij.

473. Obliczyć całkę oznaczoną $\int_0^9 \frac{dx}{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}$.

474. Obliczyć całkę oznaczoną $\int_1^9 \arctg \sqrt[4]{x} dx$.

Pamiętaj o uproszczeniu wyniku.

475. Obliczyć całkę oznaczoną $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^4 + x^2}$.

Pamiętaj o uproszczeniu wyniku.

476. Wyznaczyć promień zbieżności szeregu potęgowego $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n \cdot \binom{3n}{n} \cdot x^n}{n!}$.

477. Obliczyć całkę nieoznaczoną $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 50}$.

478. Obliczyć wartość całki niewłaściwej $\int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{2x+1}{x^4+x^2} dx$. Pamiętać o uproszczeniu wyniku.

479. Obliczyć całkę oznaczoną $\int_0^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$.

480. Obliczyć całkę nieoznaczoną $\int \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$.

481. Obliczyć wartość całki $\int_0^{\pi} \sin^5 x dx$.

482. Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8^n + n^{2018}}}{\sqrt{4^n + n^{4444}}}.$$

483. Obliczyć wartość całki $\int_0^{\pi} \cos^{10} x \, dx$.

484. Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^p \cdot \left(\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n+2} + \sqrt[3]{n+3} + \sqrt[3]{n+4} + \dots + \sqrt[3]{8n-2} + \sqrt[3]{8n-1} + \sqrt[3]{8n} \right)$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej parametru p , aby granica ta była dodatnia i skończona.

863. Obliczyć sumę szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+4)}$.

864. Rozstrzygnąć zbieżność całki niewłaściwej $\int_0^{\infty} \sin x^2 \, dx$.

865. Obliczyć sumę szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (n+1) \cdot (n+3)}$.

866. Dana jest taka funkcja ciągła $f: [1, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, że całka niewłaściwa $\int_1^{\infty} f(x) \, dx$ jest zbieżna. Udowodnić zbieżność całki

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt[4]{f(x)}}{x} \, dx.$$

867. Podać przykład takiego ciągu (a_n) , że szeregi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ i $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{11}$ są zbieżne, a szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^9$ jest rozbieżny. Uzasadnić poprawność podanego przykładu.

868. Rozstrzygnąć, czy wartość całki oznaczonej

$$\int_3^5 \sqrt[3]{x^2 + 11} \, dx$$

jest mniejsza czy większa od 6.