

Kolokwium nr 3: czwartek 14.03.2019, godz. 12:15–13:00 (sala HS), materiał zad. 1–98.

Całkowanie funkcji wymiernych.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach we wtorek 12.03.2019 (9:15-12:00).

Grupa 1 ma zajęcia w sali HS, grupa 2 ma zajęcia w sali EM, grupa 3 ma zajęcia w sali A.

Obliczyć $\int f(x)dx$, jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

59. $\arctg\sqrt{x}$ 60. $\frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$ 61. $x^2 \cdot \ln(x+1)$ 62. $\frac{x}{(x+1)(2x+1)}$
63. $\frac{x}{x^2-7x+10}$ 64. $\frac{x-2}{x^2-7x+12}$ 65. $\frac{x}{2x^2-3x-2}$ 66. $\frac{4x+3}{(x-2)^3}$ 67. $\frac{x^3+1}{x^3-x^2}$
68. $\frac{x^4}{x^2+1}$ 69. $\frac{x^3+x}{(x^2+2)^2}$ 70. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$ 71. $\frac{1}{x\sqrt{x+1}}$ 72. $\frac{1}{1+\sqrt[3]{x+1}}$ 73. $\frac{e^x-1}{e^x+1}$
74. $\frac{x^2}{1+x^3}$ 75. $x^3 \cdot \ln(x^4+1)$ 76. $\frac{1}{x^2-x-1}$ 77. $\frac{7x^6+3x^2+4x}{x^7+x^3+2x^2+4}$ 78. $\sqrt{x} \cdot \ln x$
79. $\frac{e^x}{e^{2x}+1}$ 80. $\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ 81. $\frac{e^x}{e^{3x}-1}$ 82. $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}}$ 83. $\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}$
84. $\frac{1}{(x^2+2x+2)(x^2-4)}$ 85. $\frac{1}{x^6+x^4}$ 86. $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x+2}}}$ 87. $\frac{x^4}{x^{15}-1}$
88. $\frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)}$ 89. $\frac{1}{x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

Sprowadzić następujące całki do całek funkcji wymiernych:

90. $\int \sin^{10} x \, dx$ 91. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ 92. $\int \frac{x^{20}}{x^{30} + \sqrt{x+1}} \, dx$
93. $\int \frac{\sqrt[5]{x+32}+11}{\sqrt[7]{x+32}+x} \, dx$ 94. $\int \sqrt[7]{21+\sqrt[3]{x+5}} \, dx$ 95. $\int \frac{\sqrt{x+7}+x}{x^2 \cdot \sqrt{x+7}+4} \, dx$
96. $\int \sqrt{x^2-1} \, dx$ Wsk.¹ $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = t$ 97. $\int \frac{x \, dx}{1+\sqrt{x^2+9}}$ 98. $\int x^7 \cdot \sqrt{x^2-16} \, dx$

Wskazówka do niektórych zadań:

$$t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}, \quad \frac{x}{2} = \arctg t, \quad x = 2 \cdot \arctg t, \quad dx = \frac{2}{t^2+1} dt,$$

$$\sin x = \frac{2t}{t^2+1}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{t^2+1}. \quad \leftarrow \text{udowodnić te równości !!!}$$

¹Uważać na znak !!!

Zadania do omówienia na ćwiczeniach we wtorek 12.03.2019 (8:15-9:00 sala HS).

805. Sprowadzić całkę

$$I_n = \int \frac{dx}{(x^8 + 1)^n}$$

do całki I_{n-1} . Liczba całkowita n jest większa od 1.

806. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{15x^4 - 1}{(x^4 + 1)^5} dx.$$

807. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6 - 64}} dx.$$

808. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[5]{x^5 + 2x^4 + x^3}}.$$

809. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{2x^3 - 65x}{(x-8) \cdot (x-7) \cdot (x-4) \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+4) \cdot (x+7) \cdot (x+8)} dx.$$