

KOŁOKWIUM nr 12, 27.01.2020, godz. 10:15–11:00**Zadanie 22.** (20+2=22 punkty)W każdym z zadań **22.1-22.20** podaj w postaci **uproszczonej** kres górny zbioru.Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie i w postaci uproszczonej kres górny, otrzymasz **1 punkt**. Za podanie kresu w postaci rażąco nieuproszczonej (np. $2/4$, $\sqrt{4}$, $\log_2 4$) możesz nie otrzymać punktu — zależy to od decyzji sprawdzającego.**PROMOCJA:** Możesz otrzymać **dodatkowe 2 punkty** za wykazanie się kulturą matematyczną przy upraszczaniu wyników – po jednym dodatkowym punkcie otrzymasz za zapisanie kresu w postaci, która w odpowiedziach do kolokwium będzie ujęta w ramkę. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

22.1. $\sup\{\sqrt{n^2+n}-n : n \in \mathbb{N}\} = 1/2$

22.2. $\sup\{\sqrt[3]{n^3+n^2}-n : n \in \mathbb{N}\} = 1/3$

22.3. $\sup\{\sqrt[4]{n^4+n^3}-n : n \in \mathbb{N}\} = 1/4$

22.4. $\sup\{n - \sqrt{n^2-n} : n \in \mathbb{N}\} = 1$

22.5. $\sup\{n - \sqrt[3]{n^3-n^2} : n \in \mathbb{N}\} = 1$

22.6. $\sup\{n - \sqrt[4]{n^4-n^3} : n \in \mathbb{N}\} = 1$

22.7. $\sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 64m^2 < 9n^2\right\} = 3/8$

22.8. $\sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 64m^3 < 27n^3\right\} = 3/4$

$$\mathbf{22.9.} \quad \sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 27^m < 9^n\right\} = \mathbf{2/3}$$

$$\mathbf{22.10.} \quad \sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 128^m < 8^n\right\} = \mathbf{3/7}$$

$$\mathbf{22.11.} \quad \sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 9^m < 25^n\right\} = \log_9 25 = \boxed{\log_3 5}$$

$$\mathbf{22.12.} \quad \sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 8^m < 27^n\right\} = \log_8 27 = \boxed{\log_2 3}$$

$$\mathbf{22.13.} \quad \sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 2^{m^2} < 8^{n^2}\right\} = \mathbf{\sqrt{3}}$$

$$\mathbf{22.14.} \quad \sup\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^{m^2} < 81^{n^2}\right\} = \mathbf{2}$$

$$\mathbf{22.15.} \quad \sup\{x - x^2 : x \in (0, 1)\} = \mathbf{1/4}$$

$$\mathbf{22.16.} \quad \sup\{x^2 - x^3 : x \in (0, 1)\} = \mathbf{4/27}$$

$$\mathbf{22.17.} \quad \sup\{\sqrt{x} - x : x \in (0, 1)\} = \mathbf{1/4}$$

$$\mathbf{22.18.} \quad \sup\{x - x\sqrt{x} : x \in (0, 1)\} = \mathbf{4/27}$$

$$\mathbf{22.19.} \quad \sup\{x^3 - x^6 : x \in (0, 1)\} = \mathbf{1/4}$$

$$\mathbf{22.20.} \quad \sup\{x^4 - x^6 : x \in (0, 1)\} = \mathbf{4/27}$$
