

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr **13**, 31.01.2020, godz. 8:15–11:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **23.** (10 punktów)

Dowieść, że liczba $\log_{150} 1500$ jest niewymierna.

Zadanie **24.** (10 punktów)

Dowieść, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$\frac{(3n)!}{(n!)^3} < 27^n.$$

Zadanie **25.** (10 punktów)

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^4}{n^7 + n^4} + \frac{n^4 + 1}{n^7 + n^4 + 1} + \frac{n^4 + 2}{n^7 + n^4 + 2} + \frac{n^4 + 3}{n^7 + n^4 + 3} + \frac{n^4 + 4}{n^7 + n^4 + 4} + \dots + \frac{(n+1)^4}{n^7 + (n+1)^4} \right).$$

Zadanie **26.** (10 punktów)

Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = x^2 - 3 \cdot |x + 1|$$

na przedziale $[-2, 2]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

Zadanie **27.** (10 punktów)

Niech funkcja $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie określona wzorem

$$f(x) = \ln x - \sqrt{x}.$$

Rozstrzygnąć, która z liczb jest większa:

$$f(16) + f(18) \quad \text{czy} \quad 2 \cdot f(17) ?$$

Zadanie **28.** (30 punktów) W każdym z zadań **28.1-28.30** podaj w postaci **uproszczonej** granicę ciągu lub sumę szeregu. Za każde zadanie, w którym podasz błędnie i w postaci uproszczonej granicę ciągu lub sumę szeregu, otrzymasz **1 punkt**. Za podanie granicy lub sumy w postaci rażąco nieuproszczonej (np. $2/4$, $\sqrt{4}$, $\log_2 4$, $\ln 1$, $\sin \pi$, $\arctg 1$) nie otrzymasz punktu.

28.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left((\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}) \cdot n \right) = \dots\dots\dots$

28.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left((\sqrt{2} - \sqrt[4]{4}) \cdot n \right) = \dots\dots\dots$

28.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left((\sqrt{2} - \sqrt[5]{5}) \cdot n \right) = \dots\dots\dots$

28.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left((2 - \sqrt{7})^n \right) = \dots\dots\dots$

28.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left((3 - \sqrt{7})^n \right) = \dots\dots\dots$

28.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left((4 - \sqrt{7})^n \right) = \dots\dots\dots$

28.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \left((5 - \sqrt{7})^n \right) = \dots\dots\dots$

28.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \sqrt{\frac{n+1}{3n+7}} = \dots\dots\dots$

28.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \sqrt{\frac{3n+1}{3n+7}} = \dots\dots\dots$

28.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \arctg \sqrt{\frac{9n+1}{3n+7}} = \dots\dots\dots$

28.11. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \dots\dots\dots$

28.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \dots\dots\dots$

28.13. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n} = \dots\dots\dots$

28.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n} = \dots\dots\dots$

28.15. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \dots\dots\dots$

28.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \dots\dots\dots$

28.17. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{8^n} = \dots\dots\dots$

28.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{8^n} = \dots\dots\dots$

28.19. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n} = \dots\dots\dots$

28.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16^n} = \dots\dots\dots$

28.21. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(8n+1) - \log_2(n+1)) = \dots\dots\dots$

28.22. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_4(8n+1) - \log_4(n+1)) = \dots\dots\dots$

28.23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_8(64n+1) - \log_8(n+1)) = \dots\dots\dots$

28.24. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_{16}(64n+1) - \log_{16}(n+1)) = \dots\dots\dots$

28.25. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_4(64n^2+1) - \log_2(8n+1)) = \dots\dots\dots$

28.26. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(64n+1) - \log_4(8n^2+1)) = \dots\dots\dots$

28.27. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_8(64n^3+1) - \log_2(8n+1)) = \dots\dots\dots$

28.28. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_2(64n+1) - \log_8(8n^3+1)) = \dots\dots\dots$

28.29. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_8(64n^3+1) - \log_4(8n^2+1)) = \dots\dots\dots$

28.30. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\log_4(64n^2+1) - \log_8(8n^3+1)) = \dots\dots\dots$
