

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr **81**, **3.12.2019**, godz. 12:15–13:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **81.** (10 punktów)

W każdym z zadań **81.1-81.5** podaj w postaci uproszczonej sumę szeregu.

Za każdą poprawną odpowiedź otrzymasz **2 punkty**.

81.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{n} - \sqrt[n+1]{n+1} \right) = \dots\dots\dots$

81.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{n} - \sqrt[n+2]{n+2} \right) = \dots\dots\dots$

81.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{n} - \sqrt[n+3]{n+3} \right) = \dots\dots\dots$

81.4. $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\sqrt[n]{n} - \sqrt[n+1]{n+1} \right) = \dots\dots\dots$

81.5. $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\sqrt[n]{n} - \sqrt[n+2]{n+2} \right) = \dots\dots\dots$

Zadanie **82.** (10 punktów)

Dana jest taka liczba wymierna $q > 1$, że liczba q^q jest całkowita. Dowieść, że liczba q jest całkowita.

Zadanie **83.** (10 punktów)

Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+1)^2}{\sqrt{n^6+1}} + \frac{(n+2)^2}{\sqrt{n^6+2}} + \frac{(n+3)^2}{\sqrt{n^6+3}} + \dots + \frac{(n+k)^2}{\sqrt{n^6+k}} + \dots + \frac{(2n-1)^2}{\sqrt{n^6+n-1}} + \frac{(2n)^2}{\sqrt{n^6+n}} \right).$$

Wskazówka-przypomnienie: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}.$

Zadanie **84.** (10 punktów)

Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kres górny zbioru

$$Z = \left\{ \frac{kmn}{k^2 + 6m^3 + 3n^6} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$