

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr **82, 21.01.2020**, godz. 12:15–13:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **85.** (10 punktów)

Funkcja $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ jest zdefiniowana wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{1/x} & \text{dla } x \neq 0 \\ e & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

Obliczyć $f'(0)$ przyjmując bez dowodu, że f jest ciągła.

Zadanie **86.** (10 punktów)

Udowodnić istnienie liczby rzeczywistej x spełniającej nierówność

$$\sin^{2019}(3x) \cdot \sin(5x) > \frac{1}{2}.$$

Zadanie **87.** (10 punktów)

Funkcja $f: Z \rightarrow Z$, gdzie $Z = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, jest określona wzorem

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}.$$

Funkcja g jest złożeniem 666 egzemplarzy funkcji f :

$$g(x) = f(f(f(\dots f(f(x))\dots))).$$

Rozstrzygnąć, czy liczba $g'(\sqrt{2})$ jest wymierna.

Zadanie **88.** (10 punktów)

Funkcja $f: Z \rightarrow Z$, gdzie $Z = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$, jest określona wzorem

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{x}.$$

Funkcja g jest złożeniem 666 egzemplarzy funkcji f :

$$g(x) = f(f(f(\dots f(f(x))\dots))).$$

Rozstrzygnąć, czy liczba $g'(\sqrt{2})$ jest wymierna.