

Kolokwium nr 12: poniedziałek 27.01.2020, godz. 10:15-11:00, materiał zad. 1–705.

Poziom standardowy (z myślą o ocenie co najwyżej dobrej)

12. Pochodne wyższych rzędów. Wypukłość funkcji.

Zadania do samodzielnego rozwiązania.

Pomoc w rozwiązywaniu tych zadań można uzyskać na ćwiczeniach grupy 5 w czwartek 23.01.2020 — nie będą omawiane na ćwiczeniach grup 1, 2, 4.

Obliczyć pochodną rzędu 3 funkcji zmiennej x danej wzorem:

665. $(x+1)^6$ 666. $x^6 - 4x^3 + 4$ 667. $\frac{1}{1-x}$ 668. $x^3 \ln x$ 669. e^{2x-1}
 670. $\cos 2x$ 671. $(x^2+1)^3$ 672. e^{x^2} 673. $\ln(x^2)$ 674. $(x-7)^{50}$

675. Wyznaczyć wszystkie takie pary liczb rzeczywistych (a, b) , że funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = e^{ax} \cdot \cos(bx)$$

jest równa swojej pochodnej trzeciego rzędu.

Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu n funkcji zmiennej x danej wzorem:

676. $\ln(x^{10})$ 677. $\sqrt{x}$ 678. xe^x 679. x^7 680. e^{4x} 681. $x + \frac{1}{x}$

Zadania na ćwiczenia 20,23.01.2020 (grupy 1, 2, 4).

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

682. Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu 2016 funkcji

$$f(x) = e^x \sin(x\sqrt{3}).$$

Otrzymany wzór powinien mieć prostą postać, nie zawierającą żadnego ze znaków " $\sum$ ", " $+$ ", " $-$ ".

Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu n funkcji zmiennej x danej wzorem:

683. $\sin 5x$ 684. $x^2 \sin x$ 685. $x^2 \ln x$ 686. $\frac{1-x}{1+x}$ 687. $x^2 e^{-x}$ 688. $\sin^2 x$

689. Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^x}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}.$$

- a) Dla której wartości parametru A istnieje $f'(0)$ i ile jest równa?
 b) Dla tej samej wartości parametru A wyznaczyć $f''(0)$.

Korzystając ze wzoru Taylora w postaci:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{f''(x_0 + t_x(x - x_0)) \cdot (x - x_0)^2}{2},$$

gdzie $t_x \in (0, 1)$, zastosowanego do odpowiednio dobranych funkcji, oszacować (od góry i od dołu) następujące liczby:

690. $\sqrt{79}$

691. $\ln(5/4)$

692. $\arctg(1/2)$

Wyznaczyć punkty przegięcia i przedziały wypukłości/wklęsłości funkcji zmiennej x danej wzorem:

693. $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$

694. $x^8 - x^2 + 7x - 15$

695. e^{-x^2}

696. $\sin^4 x$

697. $\sqrt{x} - \ln x$

698. $x^4 + \sqrt[4]{x}$

Bez korzystania z kalkulatora wstawić w miejsce kropek znak nierówności " $<$ " albo " $>$ " :

699. $2 \cdot \arctg 34 \dots\dots\dots \arctg 33 + \arctg 35$

700. $\sqrt[4]{32} \dots\dots\dots \sqrt[4]{1,9} + \sqrt[4]{2,1}$

701. $2 \cdot \sin 47^\circ \dots\dots\dots \sin 46^\circ + \sin 48^\circ$

702. $512 \dots\dots\dots 3,99^{3,99} + 4,01^{4,01}$

703. Niech funkcja $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie określona wzorem

$$f(x) = \ln x - \sqrt[3]{x}.$$

Rozstrzygnąć, która z liczb jest większa:

$$f(89) + f(91) \quad \text{czy} \quad 2 \cdot f(90) ?$$

704. Rozstrzygnąć, która z liczb jest większa:

$$\arctg 100 + 2 \cdot \arctg 103 + 3 \cdot \arctg 106 \quad \text{czy} \quad 6 \cdot \arctg 104 ?$$

705. Rozstrzygnąć, która liczba jest większa:

$$\arctg 3 + \arctg 5 + 2 \cdot \ln 4 \quad \text{czy} \quad \ln 3 + \ln 5 + 2 \cdot \arctg 4 ?$$