

Kolokwium nr 5: poniedziałek 18.11.2019, godz. 10:15-11:00, materiał zad. 1–256.

Zadania do samodzielnego rozwiązania.

Pomoc w rozwiązywaniu tych zadań można uzyskać na ćwiczeniach grupy 5 w czwartek 7.11.2019 — nie będą omawiane na ćwiczeniach grup 1, 2, 4.

Przypomnij sobie ze szkoły: Postęp arytmetyczny i geometryczny.

Uwaga: Przyjmujemy, że w postępie geometrycznym wszystkie wyrazy są różne od zera.

195. Obliczyć sumę postępu geometrycznego

$$1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^n.$$

196. Obliczyć sumę postępu arytmetycznego

$$223 + 228 + 233 + \dots + 778.$$

197. Pierwszy, czwarty i dziesiąty wyraz postępu arytmetycznego tworzą (z zachowaniem kolejności) postęp geometryczny trójwyrazowy. Wyznaczyć iloraz tego postępu geometrycznego.

198. Wyznaczyć pierwszy wyraz postępu arytmetycznego z poprzedniego zadania, jeśli wiadomo ponadto, że jego siódmy wyraz jest równy 21.

199. Jeżeli w poprzednich dwóch zadaniach uzyskał(a/e)ś odpowiedzi odpowiednio 2 i 7, rozwiąż je ponownie, tym razem poprawnie.

200. Dla których liczb naturalnych $n \geq 3$ prawdziwe jest następujące twierdzenie? W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym o sumie 0 co najmniej jeden z wyrazów jest równy 0.

201. Dla których liczb naturalnych $n \geq 3$ prawdziwe jest następujące twierdzenie? W dowolnym postępie **geometrycznym** n -wyrazowym o **iloczynie wyrazów równym 1**, co najmniej jeden z wyrazów jest równy 1.

202. Dla których liczb naturalnych $n \geq 3$ dowolny postęp geometryczny n -wyrazowy ma dodatni iloczyn wyrazów?

203. Dla których liczb naturalnych $n \geq 3$ istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy o sumie n i jednym z wyrazów równym n ?

204. Dla których liczb naturalnych n podany wzór jest poprawnym wzorem na sumę n -wyrazowego postępu arytmetycznego $a_1, a_2, \dots, a_n$?

a) $S_n = \frac{a_7 + a_8 + a_{12}}{3} \cdot n$

b) $S_n = \frac{3a_{11} + a_{17}}{4} \cdot n$

c) $S_n = \frac{a_7 + a_8 + a_n}{3} \cdot n$

d) $S_n = \frac{a_4 + a_7 + a_{n-9} + a_n}{4} \cdot n$

205. Dobrać takie liczby A, B (być może zależne od n), aby otrzymać wzór na sumę n -wyrazowego postępu arytmetycznego $a_1, a_2, \dots, a_n$.

a) $S_n = Aa_1 + Ba_2 \quad (n \geq 3)$

b) $S_n = Aa_3 + Ba_7 \quad (n \geq 7)$

206. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie 90, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać liczbę w , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 5, \quad w = \dots\dots\dots$;

b) $n = 9, \quad w = \dots\dots\dots$;

c) $n = 10, \quad w = \dots\dots\dots$;

d) $n = 15, \quad w = \dots\dots\dots$.

207. Dla podanej liczby n podać przykład rosnącego postępu arytmetycznego n -wyrazowego o sumie wyrazów równej n^2 , w którym występuje wyraz równy 1.

a) $n = 3, \quad \dots\dots\dots$;

b) $n = 4, \quad \dots\dots\dots$;

c) $n = 5, \quad \dots\dots\dots$;

d) $n = 7, \quad \dots\dots\dots$.

208. Zapisać podane sumy w postaci ułamka dziesiętnego z przybliżeniem do 100 miejsc po przecinku:

a) $\sum_{n=1}^{2018} \frac{1}{2^n}$ b) $\sum_{n=1}^{2018} \frac{1}{3^n}$ c) $\sum_{n=1}^{2018} \frac{1}{4^n}$ d) $\sum_{n=1}^{2018} \frac{1}{6^n}$ e) $\sum_{n=1}^{2018} \frac{(-1)^n}{9^n}$

209. Uzupełnić zdanie: Dla dowolnego postępu $\dots\dots\dots a_1, a_2, \dots, a_n$ ciąg $a_1 + 7, a_2 + 7, \dots, a_n + 7$ jest postępem $\dots\dots\dots$

210. Uzupełnić zdanie: Dla dowolnego postępu $\dots\dots\dots a_1, a_2, \dots, a_n$ ciąg $7a_1, 7a_2, \dots, 7a_n$ jest postępem $\dots\dots\dots$

211. Uzupełnić zdanie: Dla dowolnego postępu $\dots\dots\dots a_1, a_2, \dots, a_n$ ciąg $a_1^7, a_2^7, \dots, a_n^7$ jest postępem $\dots\dots\dots$

212. Uzupełnić zdanie: Dla dowolnego postępu $\dots\dots\dots a_1, a_2, \dots, a_n$ ciąg $7^{a_1}, 7^{a_2}, \dots, 7^{a_n}$ jest postępem $\dots\dots\dots$

213. Uzupełnić zdanie: Dla dowolnego postępu $\dots\dots\dots a_1, a_2, \dots, a_n$ o wyrazach dodatnich ciąg $\log_7 a_1, \log_7 a_2, \dots, \log_7 a_n$ jest postępem $\dots\dots\dots$

Poziom standardowy (z myślą o ocenie co najwyżej dobrej)**5. Ciągi liczbowe, granica.****Zadania do omówienia na ćwiczeniach 4,7,14.11.2019 (grupy 1, 2, 4).****Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.**

Zbadać zbieżność ciągu (a_n) określonego podanym wzorem; obliczyć granicę, jeśli ciąg jest zbieżny. Wolno skorzystać ze wzoru $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$, gdy $|q| < 1$.

$$\text{214. } \frac{n}{n+7} \quad \text{215. } \frac{5n^3+n^2-6}{3n^4+7} \quad \text{216. } \frac{5n^4+n^2-6}{3n^4+7} \quad \text{217. } \frac{5n^5+n^2-6}{3n^4+7} \quad \text{218. } \frac{\sqrt[3]{n^2+n}}{n+2}$$

$$\text{219. } \frac{1-2+3-4+5-6+\dots-2n}{\sqrt{n^2+2}} \quad \text{220. } \frac{n}{1+\sqrt{n}} \quad \text{221. } n^n \cdot (-1)^n$$

$$\text{222. } \frac{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})^7}{n^3(1+7\sqrt{n+2})} \quad \text{223. } \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} \quad \text{224. } \frac{3^0+3^1+3^2+3^3+\dots+3^n}{3^n}$$

$$\text{225. } \frac{\sqrt{3^n+2^n}}{\sqrt{3^n+1}} \quad \text{226. } \sqrt{n^2+3n}-n \quad \text{227. } n(\sqrt{n^2+7}-n)$$

$$\text{228. } \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+7}-\sqrt{n}} \quad \text{229. } \frac{\sqrt{n^4+1}-n^2}{(\sqrt{n^4+n}-n^2)^2} \quad \text{230. } \frac{7n+(\sqrt[3]{n}\sqrt[6]{n})^5\sqrt{9n+1}}{11n^3+7n+3}$$

$$\text{231. } a_n = \begin{cases} (-1)^n \cdot n! & \text{dla } n \leq 100 \\ \frac{2^n}{2^{n+1}} & \text{dla } n > 100 \end{cases} \quad \text{232. } \frac{1}{(2+(-1)^n)^n} \quad \text{233. } n^3 \cdot \sqrt{n^2+1} - n^4 - \frac{n^2}{2}$$

234. Wskazać liczbę naturalną k , dla której granica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+2 \cdot \sqrt[6]{n^k+1}}{n^2+5 \cdot \sqrt[3]{n^7+7}+7 \cdot \sqrt{n^5+5}}$$

istnieje i jest liczbą rzeczywistą dodatnią. Obliczyć wartość granicy przy tak wybranej liczbie k .

235. Wskazać liczbę naturalną k , dla której granica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^{14}+9n^9+1}-n^7}{n^k}$$

istnieje i jest liczbą rzeczywistą dodatnią. Obliczyć wartość granicy przy tak wybranej liczbie k .

236. W każdym z zadań **236.1-236.10** podaj granicę (lub granicę niewłaściwą) ciągu.

$$\text{236.1. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^{12}+5n^5}-n^5) = \dots \quad \text{236.2. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^{12}+5n^5}-n^6) = \dots$$

$$\text{236.3. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^{12}+6n^6}-n^6) = \dots \quad \text{236.4. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^{12}+7n^7}-n^6) = \dots$$

$$\text{236.5. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^{12}+7n^7}-n^7) = \dots \quad \text{236.6. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n^{12}+6n^6}-n^3) = \dots$$

$$\text{236.7. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n^{12}+6n^6}-n^4) = \dots \quad \text{236.8. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n^{12}+8n^8}-n^4) = \dots$$

$$\text{236.9. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n^{12}+9n^9}-n^4) = \dots \quad \text{236.10. } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{n^{12}+9n^9}-n^6) = \dots$$

237. Wskazać liczbę rzeczywistą k , dla której granica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^k \cdot \left(\sqrt{n^{666} + 1} - n^{333} \right) \right)$$

istnieje i jest liczbą rzeczywistą dodatnią. Obliczyć wartość granicy przy tak wybranej liczbie k .

238. Wskazać liczbę rzeczywistą k , dla której granica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^k \cdot \left(\sqrt[4]{n^{888} + 1} - n^{222} \right) \right)$$

istnieje i jest liczbą rzeczywistą dodatnią. Obliczyć wartość granicy przy tak wybranej liczbie k .

239. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\sqrt{n^{16} + n^3} - n^8 \right)^3}{\left(\sqrt{n^{16} + n^5} - n^8 \right)^5}.$$

240. W każdym z zadań **240.1–240.5** podaj granicę (lub granicę niewłaściwą) ciągu. Liczby wymierne podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

240.1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^k + \dots + 64^n}{1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^k + \dots + 64^n} = \dots\dots\dots$

240.2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^k + \dots + 64^n}{1 + 8 + 64 + 512 + \dots + 8^k + \dots + 64^n} = \dots\dots\dots$

240.3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^k + \dots + 64^n}{1 + 8 + 64 + 512 + \dots + 8^k + \dots + 64^n} = \dots\dots\dots$

240.4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 8 + 64 + 512 + \dots + 8^k + \dots + 64^n}{1 + 64 + 4096 + \dots + 64^k + \dots + 64^n} = \dots\dots\dots$

240.5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^k + \dots + 64^n}{1 + 64 + 4096 + \dots + 64^k + \dots + 64^n} = \dots\dots\dots$

241. W każdym z zadań **241.1–241.6** podaj granicę (lub granicę niewłaściwą) ciągu. Liczby wymierne podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

241.1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^k + \dots + 9^n}{1 + 9 + 81 + 729 + \dots + 9^k + \dots + 9^n} = \dots\dots\dots$

241.2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^k + \dots + 25^n}{1 + 25 + 625 + \dots + 25^k + \dots + 25^n} = \dots\dots\dots$

241.3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^k + \dots + 27^n}{1 + 27 + 729 + \dots + 27^k + \dots + 27^n} = \dots\dots\dots$

241.4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^k + \dots + 125^n}{1 + 125 + 15625 + \dots + 125^k + \dots + 125^n} = \dots\dots\dots$

241.5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^k + \dots + 16^n}{1 + 16 + 256 + \dots + 16^k + \dots + 16^n} = \dots\dots\dots$

241.6. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^k + \dots + 81^n}{1 + 81 + 6561 + \dots + 81^k + \dots + 81^n} = \dots\dots\dots$

Zbadać zbieżność ciągu (a_n) określonego podanym wzorem; obliczyć granicę, jeśli ciąg jest zbieżny.

242. $\sqrt[n^2]{n}$ **243.** $\sqrt[n]{n^2}$ **244.** $\frac{\sqrt{8n^2+1}}{\sqrt{2n^4+1}} + \frac{\sqrt{8n^2+2}}{\sqrt{2n^4+2}} + \frac{\sqrt{8n^2+3}}{\sqrt{2n^4+3}} + \dots + \frac{\sqrt{8n^2+3n}}{\sqrt{2n^4+3n}}$

245. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^4 - n^2 + 1}{5n^5 - n^3 + 1} + \frac{3n^4 - 2n^2 + 4}{5n^5 - 2n^3 + 8} + \frac{3n^4 - 3n^2 + 9}{5n^5 - 3n^3 + 27} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{3n^4 - kn^2 + k^2}{5n^5 - kn^3 + k^3} + \dots + \frac{3n^4 - 2n^3 + 4n^2}{5n^5 - 2n^4 + 8n^3} \right).$$

246. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3 + 3}{\sqrt{n^{10} + 3}} + \frac{5n^3 + 6}{\sqrt{n^{10} + 6}} + \frac{5n^3 + 9}{\sqrt{n^{10} + 9}} + \frac{5n^3 + 12}{\sqrt{n^{10} + 12}} + \dots + \frac{5n^3 + 6n^2}{\sqrt{n^{10} + 6n^2}} \right).$$

247. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 1}{n^3 + \sqrt{n^6 + 1}} + \frac{4n^2 + 2}{n^3 + \sqrt{n^6 + 2}} + \frac{4n^2 + 3}{n^3 + \sqrt{n^6 + 3}} + \frac{4n^2 + 4}{n^3 + \sqrt{n^6 + 4}} + \dots + \frac{4n^2 + 6n}{n^3 + \sqrt{n^6 + 6n}} \right).$$

248. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^3} + \frac{n}{n^3 + 1} + \frac{n}{n^3 + 2} + \frac{n}{n^3 + 3} + \frac{n}{n^3 + 4} + \frac{n}{n^3 + 5} + \frac{n}{n^3 + 6} + \dots + \frac{n}{(n+1)^3} \right).$$

249. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^3 + 1}}{\sqrt{49n^7 - 1}} + \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{\sqrt{49n^7 + 1}} + \frac{\sqrt{n^3 + 3}}{\sqrt{49n^7 - 1}} + \dots + \frac{\sqrt{n^3 + k}}{\sqrt{49n^7 + (-1)^k}} + \dots + \frac{\sqrt{(n+1)^3}}{\sqrt{49n^7 - 1}} \right).$$

250. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{\sqrt{n^6 + 1}} + \frac{n^2 + 1}{\sqrt{(n^2 + 1)^3 + 1}} + \frac{n^2 + 2}{\sqrt{(n^2 + 2)^3 + 1}} + \frac{n^2 + 3}{\sqrt{(n^2 + 3)^3 + 1}} + \frac{n^2 + 4}{\sqrt{(n^2 + 4)^3 + 1}} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{n^2 + k}{\sqrt{(n^2 + k)^3 + 1}} + \dots + \frac{(n+3)^2}{\sqrt{(n+3)^6 + 1}} \right).$$

251. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{k \cdot n^k + 1}}{n^7 + 1} + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + 2}}{n^7 + 4} + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + 3}}{n^7 + 9} + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + 4}}{n^7 + 16} + \dots + \frac{\sqrt{k \cdot n^k + n^3}}{n^7 + n^6} \right)$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej dodatniej parametru k , aby powyższa granica była dodatnia i skończona.

252. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 1}}{n^{13} + 1} + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 2}}{n^{13} + 4} + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 3}}{n^{13} + 9} + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + 4}}{n^{13} + 16} + \dots + \frac{\sqrt[3]{k \cdot n^k + n^4}}{n^{13} + n^8} \right)$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej dodatniej parametru k , aby powyższa granica była dodatnia i skończona.

253. a) Dobrać takie liczby całkowite $A > 0$ i $B > 1$, aby zadanie **b)** miało sens.

b) Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2}}{(n+1)^2} + \frac{\sqrt{n^2+3}}{(n+1)^2+2} + \frac{\sqrt{n^2+6}}{(n+1)^2+4} + \frac{\sqrt{n^2+9}}{(n+1)^2+6} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sqrt{n^2+3k}}{(n+1)^2+2k} + \dots + \frac{\sqrt{(n+A)^2-6}}{(n+B)^2-4} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-3}}{(n+B)^2-2} + \frac{\sqrt{(n+A)^2}}{(n+B)^2} \right)$$

dla A i B dobranych w zadaniu **a)**.

254. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2}}{(n+1)^2} + \frac{\sqrt{n^2+5}}{(n+1)^2+3} + \frac{\sqrt{n^2+10}}{(n+1)^2+6} + \frac{\sqrt{n^2+15}}{(n+1)^2+9} + \frac{\sqrt{n^2+20}}{(n+1)^2+12} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sqrt{n^2+5k}}{(n+1)^2+3k} + \dots + \frac{\sqrt{(n+A)^2-15}}{(n+B)^2-9} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-10}}{(n+B)^2-6} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-5}}{(n+B)^2-3} + \frac{\sqrt{(n+A)^2}}{(n+B)^2} \right)$$

dla tak dobranych liczb całkowitych $A > 0$ i $B > 1$, aby zadanie miało sens.

255. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2}}{(n+2)^2} + \frac{\sqrt{n^2+2}}{(n+2)^2+1} + \frac{\sqrt{n^2+4}}{(n+2)^2+2} + \frac{\sqrt{n^2+6}}{(n+2)^2+3} + \frac{\sqrt{n^2+8}}{(n+2)^2+4} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sqrt{n^2+2k}}{(n+2)^2+k} + \dots + \frac{\sqrt{(n+A)^2-6}}{(n+B)^2-3} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-4}}{(n+B)^2-2} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-2}}{(n+B)^2-1} + \frac{\sqrt{(n+A)^2}}{(n+B)^2} \right)$$

dla tak dobranych liczb całkowitych $A > 0$ i $B > 2$, aby zadanie miało sens.

256. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2}}{(n+B)^2} + \frac{\sqrt{n^2+3}}{(n+B)^2+1} + \frac{\sqrt{n^2+6}}{(n+B)^2+2} + \frac{\sqrt{n^2+9}}{(n+B)^2+3} + \frac{\sqrt{n^2+12}}{(n+B)^2+4} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sqrt{n^2+3k}}{(n+B)^2+k} + \dots + \frac{\sqrt{(n+A)^2-9}}{(n+6)^2-3} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-6}}{(n+6)^2-2} + \frac{\sqrt{(n+A)^2-3}}{(n+6)^2-1} + \frac{\sqrt{(n+A)^2}}{(n+6)^2} \right)$$

dla tak dobranych liczb całkowitych $A > 0$ i $B < 6$, aby zadanie miało sens.

Zadania do samodzielnego rozwiązania.

Pomoc w rozwiązaniu tych zadań można uzyskać na ćwiczeniach grupy 5 w czwartek 14.11.2019 — nie będą omawiane na ćwiczeniach grup 1, 2, 4.

Rozumienie i analizowanie wybranych napisów matematycznych.

Zapisać podany zbiór używając przedziałów, zbioru liczb wymiernych oraz działań na zbiorach. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ jest zbiorem liczb naturalnych.

257. $\{x^2 : x \in (-2, 1]\}$

258. $\{x^3 : x \in (-2, 1]\}$

259. $\{x^4 : x \in (-2, 1]\}$

260. $\{x^5 : x \in (-2, 1]\}$

261. $\{x^2 + y^3 : x, y \in (-2, 1]\}$

262. $\{x^3 + y^4 : x, y \in (-2, 1]\}$

263. $\{xy : x, y \in (-2, 1]\}$

264. $\{xy^2 : x, y \in (-2, 1]\}$

265. $\{\sqrt{(x-1)^2} : x \in (2, 7]\}$

266. $\{\sqrt{(x-3)^2} : x \in (2, 7]\}$

267. $\{\sqrt{(x-5)^2} : x \in (2, 7]\}$

268. $\{\sqrt[3]{(x-5)^3} : x \in (2, 7]\}$

269. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge m^2 \geq 2n^2\right\}$

270. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge m^2 \geq 4n^2\right\}$

271. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge m^3 \leq 5n^3\right\}$

272. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge m^3 \leq 8n^3\right\}$

273. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 8n^2 \leq m^2 \leq 9n^2\right\}$

274. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 8n^3 \leq m^3 \leq 9n^3\right\}$

275. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^n \leq 2^m \leq 4^n\right\}$

276. $\left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 8^n \leq 4^m \leq 9^n\right\}$