

Odpowiedzi do niektórych zadań z listy 6.

336. $Z = \left\{ \frac{1}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{1/3}$ (TAK)
337. $Z = \left\{ \frac{2n+5}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{2}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{7/3}$ (TAK)
338. $Z = \left\{ \frac{2n+3}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{5/3}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{2}$ (NIE)
339. $Z = \left\{ \frac{m+n}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{2}$ (TAK)
340. $Z = \left\{ \frac{8m-3n}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{-3}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{8}$ (NIE)
341. $Z = \left\{ \frac{m+2n+3}{mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{6}$ (TAK)
342. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^2 \leq m^2 \leq 27n^2 \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{5}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{3 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27}}$ (NIE)
343. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^3 \leq m^3 \leq 27n^3 \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{\sqrt[3]{25}}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{3}$ (TAK)
344. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25^n \leq 3^m \leq 27^n \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{\log_3 25 = 2 \cdot \log_3 5}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{3}$ (TAK)
345. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25^n \leq 5^m \leq 27^n \right\}$
 $\inf Z = \mathbf{2}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{\log_5 27 = 3 \cdot \log_5 3}$ (NIE)
346. $Z = \{x^2 : x \in (-3, 1)\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{9}$ (NIE)
347. $Z = \{x^3 : x \in (-3, 1)\}$
 $\inf Z = \mathbf{-27}$ (NIE) $\sup Z = \mathbf{1}$ (NIE)
348. $Z = \{x^4 : x \in (-3, 1)\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{81}$ (NIE)
349. $Z = \{x^2 - 2x + 1 : x \in (-1, 4)\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{9}$ (NIE)
350. $Z = \{x^2 - 4x + 4 : x \in (-1, 4)\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{9}$ (NIE)
351. $Z = \{x^2 - 6x + 9 : x \in (-1, 4)\}$
 $\inf Z = \mathbf{0}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{16}$ (NIE)
352. $Z = \{x^2 - 2x : x \in (-1, 4)\}$
 $\inf Z = \mathbf{-1}$ (TAK) $\sup Z = \mathbf{8}$ (NIE)

353. $Z = \{x^2 - 4x : x \in (-1, 4)\}$
 $\inf Z = -4$ (TAK) $\sup Z = 5$ (NIE)
354. $Z = \{x^2 - 6x : x \in (-1, 4)\}$
 $\inf Z = -9$ (TAK) $\sup Z = 7$ (NIE)
355. $Z = \left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^2 \leq m^2 \leq 64n^2\right\}$
 $\inf Z = 4$ (TAK) $\sup Z = 8$ (TAK)
356. $Z = \left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^3 \leq m^3 \leq 64n^3\right\}$
 $\inf Z = 2 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16}$ (NIE) $\sup Z = 4$ (TAK)
357. $Z = \left\{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^4 \leq m^4 \leq 64n^4\right\}$
 $\inf Z = 2$ (TAK) $\sup Z = 2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}$ (NIE)
358. $Z = \{\sqrt{n^4 + n^2} - n^2 : n \in \mathbb{N}\}$
 $\inf Z = \sqrt{2} - 1$ (TAK) $\sup Z = 1/2$ (NIE)
359. $Z = \{\sqrt[4]{n^4 + n^3} - n : n \in \mathbb{N}\}$
 $\inf Z = \sqrt[4]{2} - 1$ (TAK) $\sup Z = 1/4$ (NIE)
360. $Z = \left\{(\log_2 x)^2 : x \in \left(\frac{1}{8}, 2\right)\right\}$
 $\inf Z = 0$ (TAK) $\sup Z = 9$ (NIE)
361. $Z = \left\{(\log_3 x)^3 : x \in \left(\frac{1}{9}, 3\right)\right\}$
 $\inf Z = -8$ (NIE) $\sup Z = 1$ (NIE)
362. $Z = \left\{(\log_4 x)^4 : x \in \left(\frac{1}{16}, 4\right)\right\}$
 $\inf Z = 0$ (TAK) $\sup Z = 16$ (NIE)
363. $Z = \left\{\log_x 8 : x \in \left(0, \frac{1}{2}\right]\right\}$
 $\inf Z = -3$ (TAK) $\sup Z = 0$ (NIE)
364. $Z = \left\{\log_x 8 : x \in [\sqrt{2}, +\infty)\right\}$
 $\inf Z = 0$ (NIE) $\sup Z = 6$ (TAK)
365. $Z = \{\log_x 8 : x \in (1, 4]\}$
 $\inf Z = 3/2$ (TAK) $\sup Z = +\infty$ (NIE)
366. $Z = \left\{\log_x 8 : x \in \left[\frac{1}{16}, 1\right)\right\}$
 $\inf Z = -\infty$ (NIE) $\sup Z = -3/4$ (TAK)
367. $Z = \{(x-2)^2 : x \in (0, 3)\}$
 $\inf Z = 0$ (TAK) $\sup Z = 4$ (NIE)
368. $Z = \{(x-2)^3 : x \in (0, 3)\}$
 $\inf Z = -8$ (NIE) $\sup Z = 1$ (NIE)
369. $Z = \{(x-2)^4 : x \in (0, 3)\}$
 $\inf Z = 0$ (TAK) $\sup Z = 16$ (NIE)
370. $Z = \{(x-2)^5 : x \in (0, 3)\}$
 $\inf Z = -32$ (NIE) $\sup Z = 1$ (NIE)

371. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4n^2 \leq 8m^2 \leq 16n^2 \right\}$
 $\inf Z = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$ (NIE) $\sup Z = \sqrt{2}$ (NIE)
372. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4n^2 \leq 9m^2 \leq 16n^2 \right\}$
 $\inf Z = 2/3$ (TAK) $\sup Z = 4/3$ (TAK)
373. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^2 \leq 9m^2 \leq 27n^2 \right\}$
 $\inf Z = 5/3$ (TAK) $\sup Z = \sqrt{3}$ (NIE)
374. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^n \leq 8^m \leq 16^n \right\}$
 $\inf Z = 2/3$ (TAK) $\sup Z = 4/3$ (TAK)
375. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^n \leq 9^m \leq 16^n \right\}$
 $\inf Z = \log_3 2 = \log_9 4$ (NIE) $\sup Z = \log_3 4 = \log_9 16$ (NIE)
376. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25^n \leq 9^m \leq 27^n \right\}$
 $\inf Z = \log_3 5 = \log_9 25$ (NIE) $\sup Z = 3/2$ (TAK)
377. $Z = \left\{ \frac{1}{3^n - 10} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1$ (TAK) $\sup Z = 1/17$ (TAK)
378. $Z = \left\{ \frac{1}{3^n - 20} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1/11$ (TAK) $\sup Z = 1/7$ (TAK)
379. $Z = \left\{ \frac{1}{3^n - 26} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1/17$ (TAK) $\sup Z = 1$ (TAK)
380. $Z = \left\{ \frac{1}{5^n - 26} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1$ (TAK) $\sup Z = 1/99$ (TAK)
381. $Z = \left\{ (\sqrt{26} - 4)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \sqrt{26} - 4$ (TAK) $\sup Z = +\infty$ (NIE)
382. $Z = \left\{ (\sqrt{26} - 5)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = 0$ (NIE) $\sup Z = \sqrt{26} - 5$ (TAK)
383. $Z = \left\{ (\sqrt{26} - 6)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = \sqrt{26} - 6$ (TAK) $\sup Z = (\sqrt{26} - 6)^2$ (TAK)
384. $Z = \{2^{x^2} : x \in (-2, 1)\}$
 $\inf Z = 1$ (TAK) $\sup Z = 16$ (NIE)
385. $Z = \{2^{x^3} : x \in (-2, 1)\}$
 $\inf Z = 1/256$ (NIE) $\sup Z = 2$ (NIE)
386. $Z = \{2^{x^4} : x \in (-2, 1)\}$
 $\inf Z = 1$ (TAK) $\sup Z = 2^{16}$ (NIE)
387. $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 44} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1/8$ (TAK) $\sup Z = 1/5$ (TAK)

388. $Z = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 + 44} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1/45$ (TAK) $\sup Z = 1/48$ (TAK)
389. $Z = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 - 44} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1/5$ (TAK) $\sup Z = 1/19$ (TAK)
390. $Z = \left\{ \left(\frac{-1}{3} \right)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1/3$ (TAK) $\sup Z = 1/9$ (TAK)
391. $Z = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{1}{3^i} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = 1/3$ (TAK) $\sup Z = 1/2$ (NIE)
392. $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 350} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1$ (TAK) $\sup Z = 1/14$ (TAK)
393. $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 370} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1/5$ (TAK) $\sup Z = 1/6$ (TAK)
394. $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 390} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = -1$ (TAK) $\sup Z = 1/6$ (TAK)
395. $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 410} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = 0$ (NIE) $\sup Z = 1/10$ (TAK)
396. $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 430} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 $\inf Z = 0$ (NIE) $\sup Z = 1/30$ (TAK)
397. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 5^{n^2} \right\}$
 $\inf Z = \sqrt{\log_2 3}$ (NIE) $\sup Z = \sqrt{\log_2 5}$ (NIE)
398. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 8^{n^2} \right\}$
 $\inf Z = \sqrt{2}$ (NIE) $\sup Z = \sqrt{3}$ (NIE)
399. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 9^{n^2} \leq 3^{m^2} \leq 27^{n^2} \right\}$
 $\inf Z = \sqrt{2}$ (NIE) $\sup Z = \sqrt{3}$ (NIE)
400. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 32^{n^2} \right\}$
 $\inf Z = 2$ (TAK) $\sup Z = \sqrt{5}$ (NIE)
401. $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 27^{n^2} \leq 3^{m^2} \leq 81^{n^2} \right\}$
 $\inf Z = \sqrt{3}$ (NIE) $\sup Z = 2$ (TAK)

Niech $\mathbb{T}$ będzie zbiorem wszystkich ciągów (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} |a_n - 1| < \frac{1}{n}.$$

W każdym z dziesięciu poniższych zadań podaj odpowiedni kres zbioru.

402. $\sup\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{2}$

403. $\inf\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{0}$

404. $\sup\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{3/2}$

405. $\inf\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{1/2}$

406. $\sup\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{5/6}$

407. $\inf\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{-5/6}$

408. $\sup\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{1/2}$

409. $\inf\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{-1/2}$

410. $\sup\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{4}$

411. $\inf\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{2}$

Niech $\mathbb{T}$ będzie zbiorem wszystkich ciągów (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} \left| a_n - \frac{1}{n} \right| < \frac{1}{n}.$$

W każdym z dziesięciu poniższych zadań podaj odpowiedni kres zbioru.

412. $\sup\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{2}$

413. $\inf\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{0}$

414. $\sup\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{1}$

415. $\inf\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{0}$

416. $\sup\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{1}$

417. $\inf\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{-2/3}$

418. $\sup\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{2/3}$

419. $\inf\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{-1/3}$

420. $\sup\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{2}$

421. $\inf\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \mathbf{0}$