

833. Dowieść, że liczba $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ jest niewymierna.

834. Dowieść, że nie istnieje liczba wymierna dodatnia q spełniająca równość

$$q^q = 5.$$

835. Dane są takie liczby rzeczywiste a, b, c, d, e , że liczby

$$a+b+c, \quad b+c+d, \quad c+d+e, \quad d+e+a, \quad e+a+b$$

są wymierne. Dowieść, że liczba a jest wymierna.

836. Dane są takie liczby rzeczywiste a, b, c, d, e, f, g , że liczby

$$a+b+c+d+e, \quad b+c+d+e+f, \quad c+d+e+f+g, \quad d+e+f+g+a,$$

$$e+f+g+a+b, \quad f+g+a+b+c, \quad g+a+b+c+d$$

są wymierne. Dowieść, że liczba a jest wymierna.

837. Dowieść, że liczba $\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}$ jest niewymierna.

838. Liczba wymierna $q > 1$ spełnia równość $3^q = q^3$. Udowodnić, że $q = 3$.

Jeśli nie potrafisz rozwiązać tego zadania, pomyśl nad rozwiązaniem częściowym polegającym na udowodnieniu jednego z następujących twierdzeń:

- Liczba wymierna $q > 1$ spełniająca równość $3^q = q^3$ musi być całkowita.
- Liczba całkowita $q > 1$ spełniająca równość $3^q = q^3$ musi być równa 3.

Uwaga: Istnieje liczba niewymierna $q \approx 2,47805268$ spełniająca równanie $3^q = q^3$.

Przy każdej z poniższych pięciu liczb n podaj w miejscu kropek liczbę cyfr liczby n oraz pierwszą (od lewej) cyfrę liczby n w zapisie dziesiętnym.

839. $n = \binom{10^{100}}{2}$, liczba cyfr , pierwsza cyfra

840. $n = \binom{10^{100}}{3}$, liczba cyfr , pierwsza cyfra

841. $n = \binom{2 \cdot 10^{100}}{2}$, liczba cyfr , pierwsza cyfra

842. $n = \binom{2 \cdot 10^{100}}{3}$, liczba cyfr , pierwsza cyfra

843. $n = \binom{2 \cdot 10^{100}}{4}$, liczba cyfr , pierwsza cyfra

844. Wskazać taką liczbę naturalną n , że

$$n^{1000000} + 1 < 2^n.$$

845. Która z liczb jest większa: $\prod_{i=2}^{2019} \prod_{j=1}^{i-1} \left(\sqrt[j]{j} - \sqrt[i]{i} \right)$ czy $10^{-1000000}$?