

860. Zbiory A i B są niepuste i ograniczone. Zbiór B jest skończony i wszystkie jego elementy są różne od 0. Czy zbiór $\{\frac{a}{b} : a \in A, b \in B\}$ musi być ograniczony? Odpowiedź uzasadnić.

861. A jest takim niepustym zbiorem ograniczonym liczb rzeczywistych, że $\inf A = -3$, $\sup A = 2$. Jakie wartości mogą przyjmować kresy zbioru $\{|a| : a \in A\}$? Odpowiedź uzasadnić przykładem lub dowodem.

862. Podać przykład takich zbiorów A, B , że $\inf A = 2$, $\sup A = 7$, $\inf B = 3$, $\sup B = 10$, $\inf(A \cap B) = 4$, $\sup(A \cap B) = 6$, $A \cap \mathbb{N} = B \cap \mathbb{N} = \emptyset$.

Przeczytaj poniższe warunki. Które z nich są równoważne temu, że $g = \sup A$?

$$863. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} a < g + \varepsilon \right)$$

$$864. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} |a - g| < \varepsilon \right)$$

$$865. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} a > g - 2\varepsilon \right)$$

$$866. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} a > g - \frac{\varepsilon}{2} \right)$$

$$867. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{n \in \mathbb{N}} \exists_{a \in A} a > g - \frac{1}{n} \right)$$

$$868. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{n \in \mathbb{N}} \exists_{a \in A} n^2(g - a) < \frac{1}{n} \right)$$

$$869. \left(\forall_{a \in A} a < g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} (a - g)^2 < \varepsilon \right)$$

$$870. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} (a - g)^2 < \varepsilon \right)$$

$$871. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon < g} \exists_{a \in A} a > \varepsilon \right)$$

$$872. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon < g} \exists_{a \in A} a > g - \varepsilon \right)$$

$$873. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{0 < \varepsilon < 1} \exists_{a \in A} a > g - \varepsilon \right)$$

$$874. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} a \geq g - \varepsilon \right)$$

$$875. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon \geq 0} \exists_{a \in A} a \geq g - \varepsilon \right)$$

$$876. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon \geq 0} \exists_{a \in A} a > g - \varepsilon \right)$$

$$877. \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{a \in A} \exists_{b \in A} b \geq \frac{g+a}{2} \right)$$

$$878. \left(\exists_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{a \in A} \exists_{b \in A} b \geq \frac{g+a}{2} \right)$$

$$879. \left(\exists_{a \in A} a^2 \geq 0 \right) \wedge \left(\forall_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{a \in A} \exists_{b \in A} b \geq \frac{g+a}{2} \right)$$

$$880. \left(\exists_{a \in A} a \leq g \right) \wedge \left(\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{a \in A} a > g - \varepsilon \right)$$

881. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \frac{1}{m^2 - 3n^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

882. Podać przykład takiego niepustego zbioru ograniczonego A , że $0 < \sup A < 1$ oraz $\sup \{a^2 : a \in A\} = \sup A$.

883. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$Z = \left\{ \frac{k \cdot m^2 \cdot n^3}{k^3 + m^6 + n^9} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

884. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \sqrt{n^2 + 5n + 3} - n : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

885. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \sqrt{n^2 + 5n + 10} - n : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

886. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \sqrt{n^2 + 7n + 12} - n : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

887. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \sqrt{n^2 + 7n + 13} - n : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

888. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \frac{1}{m^2 - 7n^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

889. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kres górny zbioru

$$Z = \left\{ \frac{kmn}{k^2 + 2m^4 + 2n^4} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

890. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kres górny zbioru

$$\left\{ \frac{kmn}{k^2 + m^3 + n^6} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$