

Całka nieoznaczona. Całkowanie przez części. Całkowanie przez podstawienie (cz. I).

Grupa 1: poniedziałek 2.03.2020, godz. 8:15-11:00, s. EM.

Grupa 2: środa 4.03.2020, godz. 13:15-16:00, s. B.

Grupa 3: poniedziałek 2.03.2020, godz. 8:15-11:00, s. B.

31. Wyznaczyć wszystkie funkcje ciągłe $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, różniczkowalne na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, spełniające dla każdego $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ warunek $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2}}$.

32. Wyznaczyć wszystkie funkcje ciągłe $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, które są dwukrotnie różniczkowalne na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ i spełniają dla każdego $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ warunek $f''(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2}}$. Wskazać wśród nich funkcję spełniającą dodatkowy warunek $f(-1) = f(1) = f(4) = 0$.

Obliczyć $\int f(x)dx$, jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

- | | | | | |
|--|---|--|---|-------------------------------------|
| 33. $5\pi^4$ | 34. $\sin^3 e$ | 35. $ x $ | 36. $\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1}$ | 37. $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}$ |
| 38. $x \cdot \sin 3x$ | 39. $x \cdot e^{-x}$ | 40. $x^n \cdot \ln x, n \in \mathbb{N}$ | 41. $x^3 \cdot e^{5x}$ | |
| 42. $x \cdot \sin x \cdot \cos x$ | 43. $e^{3x} \cdot \sin^2 2x$ | 44. $e^{5x} \cdot \sin 3x$ | 45. $e^{5x} \cdot \cos 3x$ | |
| 46. $\sin 3x \cdot \sin 5x$ | 47. $\sin 15x \cdot e^{-4x}$ | 48. $x \cdot (x-1)^{5/4}$ | 49. $\frac{x}{\sqrt{x+7}}$ | |
| 50. $x^2 \cdot e^{-x^3}$ | 51. $\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ | 52. $x^5 \cdot e^{-x^2}$ | 53. $\cos x \cdot e^{\sin x}$ | 54. $\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$ |
| 55. $x^2 \cdot (x+1)^{20}$ | 56. $x^3 \cdot (x^2+1)^{30}$ | 57. $x^9 \cdot \sqrt[10]{x^{10}+1}$ | 58. $x^3 \cdot \sqrt{x+1}$ | |
| 59. $e^{\sqrt[3]{x}}$ | 60. $\frac{\operatorname{arctg}^7 x + 9\operatorname{arctg}^5 x}{x^2 + 1}$ | 61. $\frac{\ln^7 x + \ln^2 x}{x}$ | 62. $\frac{\sqrt{2 + \ln x}}{x}$ | |

Zadania do samodzielnego rozwiązania.

Pomoc w rozwiązaniu tych zadań można uzyskać na dodatkowych ćwiczeniach w poniedziałek 2.03.2020, godz. 11:15-12:00, s. EM.

63. Skonstruować funkcję różniczkowalną $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniającą warunki

$$f(0) = 0 \quad \text{oraz} \quad f'(x) = \sqrt{x^4 + 2x^3 + x^2} \quad \text{dla } x \in \mathbb{R}.$$

64. Funkcja ciągła $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest dwukrotnie różniczkowalna na zbiorze $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, a jej pochodna drugiego rzędu jest dana wzorem

$$f''(x) = 6x + 6 \quad \text{dla} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

Ponadto wiadomo, że $f(x) = x$ dla $x \in \{-1, 0, 2\}$. Wyznaczyć $f(3)$.

65. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna na całej prostej, a jej pochodna jest dana wzorem

$$f'(x) = \sqrt{x^4 - 8x^2 + 16}.$$

Ponadto wiadomo, że $f(-3) = -3$. Wyznaczyć $f(3)$.

66. Wiedząc, że

$$\frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \arcsin x \, dx.$$

67. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$J(x) = \int x^2 \cdot \sqrt[3]{x+1} \, dx.$$

Sprawdzić, że $J(1) = J(-1) + \frac{33\sqrt[3]{2}}{70}$, a jeśli tak nie jest, poszukać błędu rachunkowego.

68. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x+2}} \, dx.$$