

490. Udowodnić zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (4n-3) \cdot (4n+1)}{(3n-2) \cdot (3n+1) \cdot (3n+4)}.$$

491. Funkcja $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f(x) = \int_1^x (\log_2 t - 3)^{2017} dt.$$

Wyznaczyć punkt, w którym f osiąga najmniejszą wartość.

492. W każdym z zadań **492.1-492.20** podaj sumę szeregu (może być liczbą rzeczywistą albo jednym z symboli $+\infty$ i $-\infty$).

Niech $a_n = \frac{6}{n}$. Wówczas:

492.1. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \dots\dots\dots$	492.2. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{a_n} = \dots\dots\dots$
492.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1}) = \dots\dots$	492.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+2}) = \dots\dots$
492.5. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+3}) = \dots\dots$	492.6. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_{n+2}) = \dots\dots$
492.7. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_{n+3}) = \dots\dots$	492.8. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+2} - a_{n+3}) = \dots\dots$
492.9. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+1}^2) = \dots\dots$	492.10. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+2}^2) = \dots\dots$
492.11. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+3}^2) = \dots\dots$	492.12. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1}^2 - a_{n+2}^2) = \dots\dots$
492.13. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1}^2 - a_{n+3}^2) = \dots\dots$	492.14. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+2}^2 - a_{n+3}^2) = \dots\dots$
492.15. $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{a_n} - 2^{a_{n+1}}) = \dots\dots$	492.16. $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{a_n} - 2^{a_{n+2}}) = \dots\dots$
492.17. $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{a_n} - 2^{a_{n+3}}) = \dots\dots$	492.18. $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{a_{n+1}} - 2^{a_{n+2}}) = \dots\dots$
492.19. $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{a_{n+1}} - 2^{a_{n+3}}) = \dots\dots$	492.20. $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{a_{n+2}} - 2^{a_{n+3}}) = \dots\dots$

493. W każdym z zadań **493.1-493.14** podaj sumę szeregu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

Niech $a_n = \frac{n^2}{2^n}$. Wiadomo, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} = 6.$$

Wobec tego:

493.1.	$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = \dots\dots\dots$
493.2.	$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+2}) = \dots\dots\dots$
493.3.	$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1}) = \dots\dots\dots$
493.4.	$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+2}) = \dots\dots\dots$
493.5.	$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+1}^2) = \dots\dots\dots$
493.6.	$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+2}^2) = \dots\dots\dots$
493.7.	$\sum_{n=1}^{\infty} (4^{a_n} - 4^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$
493.8.	$\sum_{n=1}^{\infty} (4^{a_n} - 4^{a_{n+2}}) = \dots\dots\dots$
493.9.	$\sum_{n=1}^{\infty} (9^{a_n} - 9^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$
493.10.	$\sum_{n=1}^{\infty} (9^{a_n} - 9^{a_{n+2}}) = \dots\dots\dots$
493.11.	$\sum_{n=1}^{\infty} (16^{a_n} - 16^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$
493.12.	$\sum_{n=1}^{\infty} (16^{a_n} - 16^{a_{n+2}}) = \dots\dots\dots$
493.13.	$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{1+48a_n} - \sqrt{1+48a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$
493.14.	$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{1+48a_n} - \sqrt{1+48a_{n+2}}) = \dots\dots\dots$

494. Obliczyć wartość całki oznaczonej

$$\int_0^5 \frac{dx}{x^2 - 4x + 5} ,$$

a następnie doprowadzić wynik do postaci $w\pi$, gdzie w jest liczbą wymierną.

495. Obliczyć wartość całki oznaczonej

$$\int_0^7 \frac{4x}{\sqrt[3]{(x+1)^2}} dx .$$

podając wynik w postaci liczby całkowitej.

496. Obliczyć wartość całki oznaczonej

$$\int_1^6 \frac{dx}{x^3 + 3x^2 + 2x} .$$

Zapisać wynik w postaci $\ln w$, gdzie w jest liczbą wymierną.

497. Obliczyć wartość całki oznaczonej

$$\int_0^{2\pi} x \cos x \, dx .$$

Pamiętać o uproszczeniu wyniku.

498. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x} .$$

lub wykazać, że całka ta jest rozbieżna.

499. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 50} .$$

500. Obliczyć wartość całki niewłaściwej

$$\int_{\sqrt{3}}^{\infty} \frac{2x+1}{x^4+x^2} dx .$$

Pamiętać o uproszczeniu wyniku.