

Udowodnić następujące nierówności:

$$154. \frac{1}{5} < \int_1^2 \frac{1}{x^2+1} dx < \frac{1}{2} \quad 155. \frac{1}{11} < \int_9^{10} \frac{dx}{x+\sin x} < \frac{1}{8} \quad 156. \int_{-1}^2 \frac{|x|}{1+x^2} dx < \frac{3}{2}$$

$$157. \int_0^1 x \cdot (1-x^{99+x}) dx < \frac{1}{2} \quad 158. 5 < \int_1^3 x^x dx < 31 \quad 159. \int_1^2 \frac{dx}{x} < \frac{3}{4}$$

$$160. 2\sqrt{2} < \int_2^4 x^{1/x} dx \quad 161. \frac{19}{3} < \int_2^3 x^x dx < \frac{65}{4}. \quad \text{Wsk.: Oszacować } x^x \text{ przez } x^a.$$

162. Niech $C(a, b) = \left[\int_a^b \log_x 2 dx \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y . Obliczyć wartości wyrażeń:

$$\text{a) } C(80, 122) \quad \text{b) } C(200, 240) \quad \text{c) } C(400, 440) \quad \text{d) } C(800, 880)$$

163. Dla podanej liczby a wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą dodatnią b , aby zachodziła równość $\int_a^b \frac{x dx}{x^2+1} = \frac{\ln 5}{2}$.

$$\text{a) } a=0 \quad \text{b) } a=1 \quad \text{c) } a=2 \quad \text{d) } a=3$$

Obliczyć całki oznaczone:

$$164. \int_{-2}^{-1} \frac{1}{(11+5x)^3} dx \quad 165. \int_{-13}^2 \frac{1}{\sqrt[5]{(3-x)^4}} dx \quad 166. \int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^2} dx \quad 167. \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$168. \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx \quad 169. \int_1^{e^3} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1+\ln x}} \quad 170. \int_1^2 \frac{dx}{x+x^3} \quad 171. \int_0^{\pi/2} x \cdot \cos x dx$$

$$172. \int_0^1 \frac{e^x}{e^x+e^{-x}} dx \quad 173. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}} \quad 174. \int_0^5 |x^2-5x+6| dx$$

$$175. \int_{-2}^2 \sqrt{x^4-2x^2+1} dx \quad 176. \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx \quad 177. \int_0^{6\pi} |\sin x| dx$$

$$178. \int_0^{\pi/2} \cos x \cdot \sin^{11} x dx \quad 179. \int_0^{\ln 5} \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx \quad 180. \int_{-\pi}^{\pi} x^{2020} \cdot \sin x dx$$