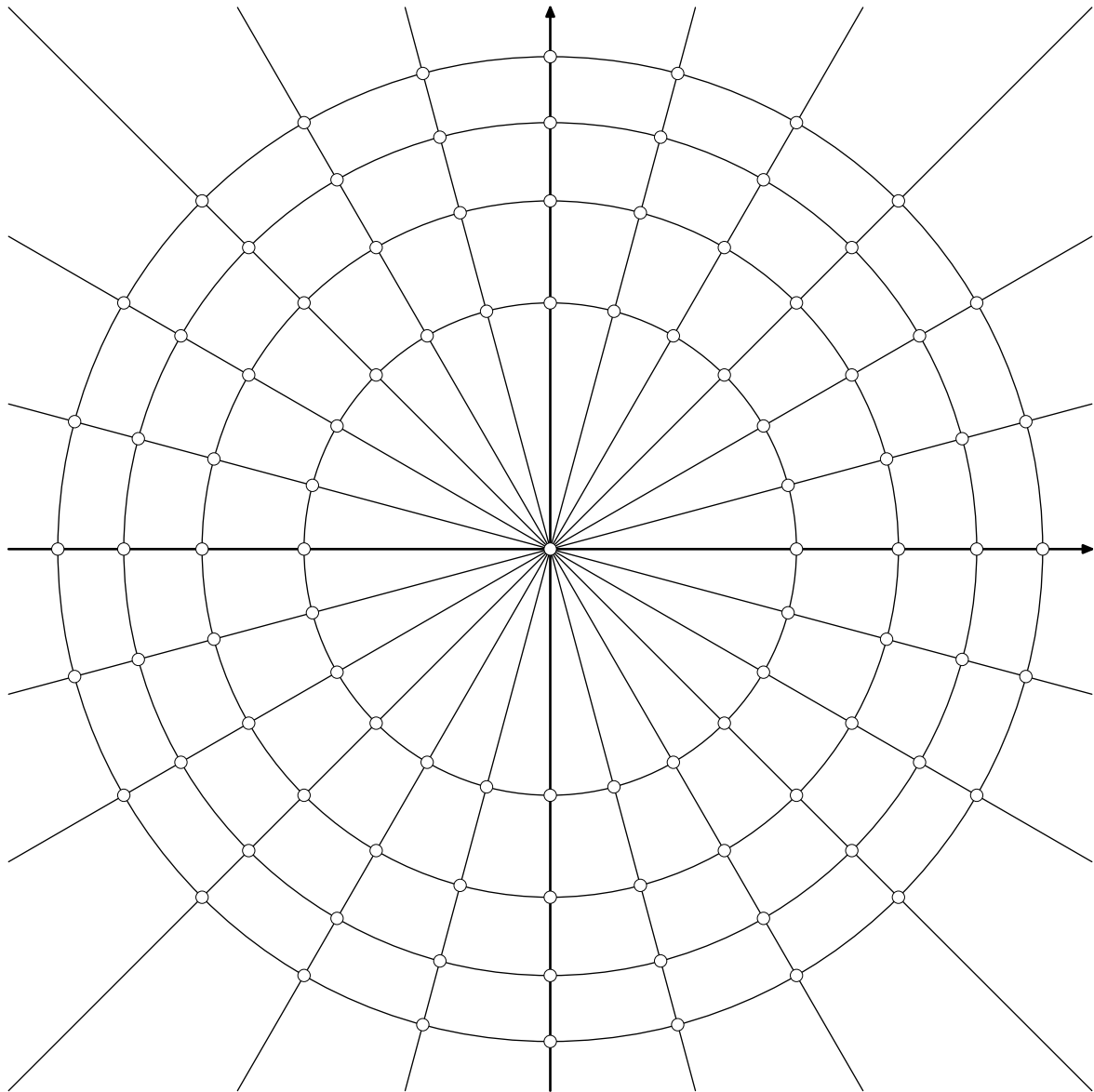
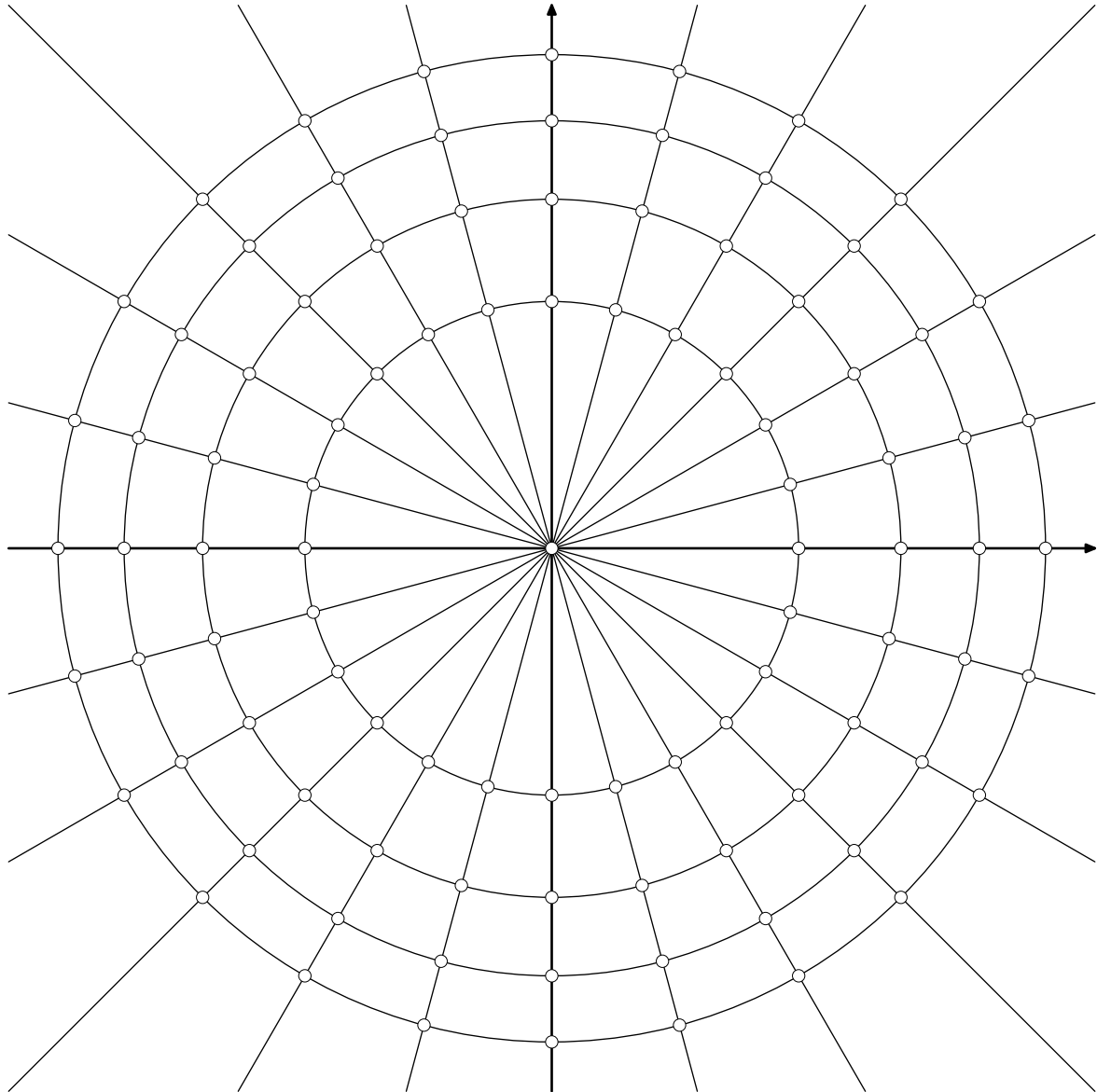


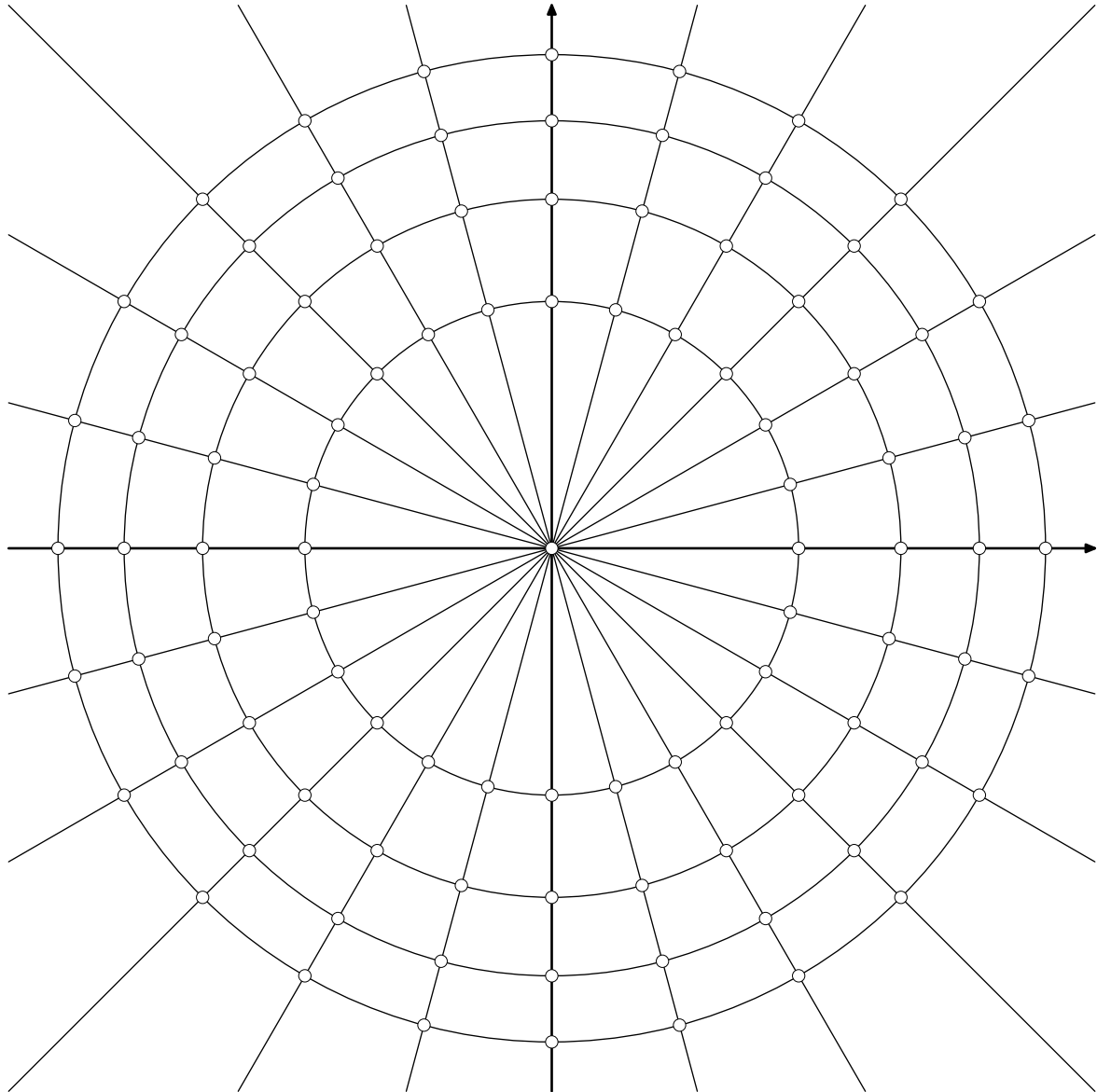
278. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania $z^4 = -4$ w liczbach zespolonych. Zapisać wszystkie rozwiązania w postaci kartezjańskiej (bez używania funkcji trygonometrycznych) oraz zaznaczyć wszystkie rozwiązania na płaszczyźnie zespolonej wykorzystując zamieszczony niżej rysunek, na którym narysowano okręgi o środku w zerze i promieniach $\sqrt{n}$ dla $n = 1, 2, 3, 4$ oraz proste przechodzące przez punkt 0, co 15° .



279. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania $z^9 = 27z^3$ w liczbach zespolonych. Zapisać wszystkie rozwiązania w postaci kartezjańskiej (bez używania funkcji trygonometrycznych) oraz zaznaczyć wszystkie rozwiązania na płaszczyźnie zespolonej wykorzystując zamieszczony niżej rysunek, na którym narysowano okręgi o środku w zerze i promieniach $\sqrt{n}$ dla $n = 1, 2, 3, 4$ oraz proste przechodzące przez punkt 0, co 15° .



280. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania $z^7 + 4z^3 = 8z^4 + 32$ w liczbach zespolonych. Zapisać wszystkie rozwiązania w postaci kartezjańskiej (bez używania funkcji trygonometrycznych) oraz zaznaczyć wszystkie rozwiązania na płaszczyźnie zespolonej wykorzystując zamieszczony niżej rysunek, na którym narysowano okręgi o środku w zerze i promieniach $\sqrt{n}$ dla $n = 1, 2, 3, 4$ oraz proste przechodzące przez punkt 0, co 15° .



281. Obliczyć wartość całki $\int_0^{\pi} \sin^7 x \, dx$. Przedstawić wynik w postaci ułamka nieskracalnego o dwucyfrowym liczniku i mianowniku.

282. Obliczyć wartość całki oznaczonej $\int_0^{\pi/6} \cos^6 x \, dx$.

283. Obliczyć całkę $\int_0^{\pi} \sin^8 x \, dx$.

284. Obliczyć wartość całki oznaczonej

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x \cdot \cos^4 x \, dx.$$

Doprowadzić wynik do postaci $w \cdot \pi$, gdzie w liczbą wymierną.

285. Udowodnić nierówność $\int_0^{4\pi} \cos^{10} x \, dx < \pi$.

286. Znaleźć taką funkcję dwukrotnie różniczkowalną $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f''(x) = \cos^4 x \quad \text{dla każdego } x \in \mathbb{R},$$

a ponadto $f(0) = f(\pi) = 0$. Obliczyć $f(2\pi)$.

287. Wyznaczyć taką liczbę wymierną $a < 7$, że $\int_a^7 \frac{dx}{x^2+1} = \frac{\pi}{4}$.