

Czas trwania testu: 60 minut.

W czasie rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

W każdym z poniższych sześciu zadań za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi postawisz sobie odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Wynik testu niech pozostanie Twoją słodką tajemnicą.

1. Dla podanych liczb m i n podaj taką liczbę całkowitą dodatnią k , że krzywa o równaniu $y = x^k$ dzieli figurę

$$\{(x, y) : x \in [0, 1] \wedge x^m \leq y \leq x^n\}$$

na dwie figury o równych polach.

a) $m = 5, \quad n = 1, \quad k = \dots\dots\dots$

b) $m = 5, \quad n = 2, \quad k = \dots\dots\dots$

c) $m = 11, \quad n = 3, \quad k = \dots\dots\dots$

d) $m = 14, \quad n = 2, \quad k = \dots\dots\dots$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^1 \sqrt{x} \, dx = \dots\dots\dots$

b) $\int_0^1 \sqrt[3]{x} \, dx = \dots\dots\dots$

c) $\int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \dots\dots\dots$

d) $\int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \dots\dots\dots$

3. Podaj sumę szeregu.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n = \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n = \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n = \dots\dots\dots$

4. Podaj wartość granicy ciągu.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{n+k} + \dots + \frac{1}{5n} \right) = \dots\dots\dots$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3n+1} + \frac{1}{3n+2} + \frac{1}{3n+3} + \dots + \frac{1}{3n+k} + \dots + \frac{1}{6n} \right) = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+6} + \frac{1}{n+9} + \dots + \frac{1}{n+3k} + \dots + \frac{1}{64n} \right) = \dots\dots\dots$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+4} + \frac{1}{2n+6} + \dots + \frac{1}{2n+2k} + \dots + \frac{1}{128n} \right) = \dots\dots\dots$

5. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt[4]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[5]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

6. Podaj wartość całki oznaczonej. Odpowiedź zapisz w postaci $w + \ln q$, gdzie w i q są liczbami wymiernymi.

a) $\int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}} = \dots\dots\dots$

b) $\int_0^8 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}} = \dots\dots\dots$

c) $\int_3^{15} \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}} = \dots\dots\dots$

d) $\int_8^{15} \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}} = \dots\dots\dots$