

Czas trwania testu: 60 minut.

W czasie rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

W każdym z poniższych sześciu zadań za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi postawisz sobie odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Wynik testu niech pozostanie Twoją słodką tajemnicą.

13. Podaj wartość całki niewłaściwej. Wynik zapisz w postaci $\ln w$, gdzie w jest liczbą wymierną zapisaną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \dots\dots\dots$

b) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \dots\dots\dots$

c) $\int_3^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \dots\dots\dots$

d) $\int_5^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \dots\dots\dots$

14. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych dodatnich parametru p , dla których podana liczba zespolona z spełnia nierówność $|z-1| > |z-3|$.

a) $z = \log_2 p + i \cdot \log_3 p, \dots\dots\dots$ b) $z = \log_3 p + i \cdot \log_5 p, \dots\dots\dots$

c) $z = \log_5 p + i \cdot \log_7 p, \dots\dots\dots$ d) $z = \log_7 p + i \cdot \log_2 p, \dots\dots\dots$

15. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n^p-1}}, \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{\sqrt[3]{2n^p-1}}, \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{\sqrt[4]{2n^p-1}}, \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^3}{\sqrt[5]{2n^p-1}}, \dots\dots\dots$

16. Podaj wartość całki oznaczonej. Wynik zapisz w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} dx = \dots\dots\dots$

b) $\int_0^{\ln 13} \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} dx = \dots\dots\dots$

c) $\int_0^{\ln 33} \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} dx = \dots\dots\dots$

d) $\int_0^{\ln 97} \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} dx = \dots\dots\dots$

17. Podaj promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^n$, $R = \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^{2n}$, $R = \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot x^n}{n^n}$, $R = \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot \binom{2n}{n} \cdot x^n}{n^n}$, $R = \dots\dots\dots$

18. Niech $L(a, b)$ będzie długością krzywej

$$\left\{ \left(x, \frac{2}{3} \cdot x^{3/2} \right) : x \in [a, b] \right\}.$$

Podaj długość krzywej w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $L(0, 3) = \dots\dots\dots$

b) $L(0, 8) = \dots\dots\dots$

c) $L(0, 15) = \dots\dots\dots$

d) $L(3, 8) = \dots\dots\dots$