

13. Podaj wartość całki niewłaściwej. Wynik zapisz w postaci $\ln w$, gdzie w jest liczbą wymierną zapisaną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \ln 2$

b) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \ln(3/2)$

c) $\int_3^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \ln(4/3)$

d) $\int_5^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx = \ln(6/5)$

14. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych dodatnich parametru p , dla których podana liczba zespolona z spełnia nierówność $|z-1| > |z-3|$.

a) $z = \log_2 p + i \cdot \log_3 p, \quad (4, \infty)$

b) $z = \log_3 p + i \cdot \log_5 p, \quad (9, \infty)$

c) $z = \log_5 p + i \cdot \log_7 p, \quad (25, \infty)$

d) $z = \log_7 p + i \cdot \log_2 p, \quad (49, \infty)$

15. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n^p-1}}, \quad (0, \infty)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{\sqrt[3]{2n^p-1}}, \quad (3, \infty)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{\sqrt[4]{2n^p-1}}, \quad (8, \infty)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^3}{\sqrt[5]{2n^p-1}}, \quad (15, \infty)$

16. Podaj wartość całki oznaczonej. Wynik zapisz w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+3}} dx = 2$

b) $\int_0^{\ln 13} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+3}} dx = 4$

c) $\int_0^{\ln 33} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+3}} dx = 8$

d) $\int_0^{\ln 97} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+3}} dx = 16$

17. Podaj promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^n, \quad R = 1/4$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} x^{2n}, \quad R = 1/2$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot x^n}{n^n}, \quad R = e$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot \binom{2n}{n} \cdot x^n}{n^n}, \quad R = e/4$

18. Niech $L(a, b)$ będzie długością krzywej

$$\left\{ \left(x, \frac{2}{3} \cdot x^{3/2} \right) : x \in [a, b] \right\}.$$

Podaj długość krzywej w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $L(0, 3) = 14/3$ b) $L(0, 8) = 52/3$ c) $L(0, 15) = 42$ d) $L(3, 8) = 38/3$