

Czas trwania testu: 60 minut.

W czasie rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

W każdym z poniższych sześciu zadań za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi postawisz sobie odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Wynik testu niech pozostanie Twoją słodką tajemnicą.

19. Niech $C(a, b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$C(a, b) = \int_a^b \frac{x \, dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(0, 1) = \dots\dots\dots$

b) $C(1, 3) = \dots\dots\dots$

c) $C(2, 3) = \dots\dots\dots$

d) $C(0, 2) = \dots\dots\dots$

20. Niech $z = 1 - i$. Podaj w postaci kartezjańskiej:

a) $z^7 = \dots\dots\dots$

b) $z^8 = \dots\dots\dots$

c) $z^9 = \dots\dots\dots$

d) $z^{10} = \dots\dots\dots$

21. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{2} - \sqrt[n+1]{2} \right) = \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{3} - \sqrt[n+1]{3} \right) = \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{4} - \sqrt[n+2]{4} \right) = \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[n]{9} - \sqrt[n+2]{9} \right) = \dots\dots\dots$

22. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = x^3 \cdot e^x$. Podaj wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(4)}(0) = \dots\dots\dots$

b) $f^{(6)}(0) = \dots\dots\dots$

c) $f^{(10)}(0) = \dots\dots\dots$

d) $f^{(11)}(0) = \dots\dots\dots$

23. Podaj wartość granicy ciągu.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n = \dots\dots\dots$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n = \dots\dots\dots$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n+5}{6n+1}\right)^n = \dots\dots\dots$

24. Podaj w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których podany szereg liczbowy jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (p^2 - 3)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow p \in \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p^2 - 5)^n}{\sqrt{n}}$ jest zbieżny $\Leftrightarrow p \in \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p^2 - 8)^n}{n}$ jest zbieżny $\Leftrightarrow p \in \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p^2 - 10)^n}{n^2}$ jest zbieżny $\Leftrightarrow p \in \dots\dots\dots$