

Czas trwania testu: 60 minut.

W czasie rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

W każdym z poniższych sześciu zadań za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi postawisz sobie odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Wynik testu niech pozostanie Twoją słodką tajemnicą.

25. Podaj w uproszczonej postaci wartość całki oznaczonej.

a) $\int_1^2 \frac{dx}{x} = \dots\dots\dots$

b) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2} = \dots\dots\dots$

c) $\int_1^2 \frac{dx}{x^3} = \dots\dots\dots$

d) $\int_1^2 \frac{dx}{x^4} = \dots\dots\dots$

26. Niech $C(a, b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$\int_a^b \frac{3x^2 - 1}{(x-1) \cdot x \cdot (x+1)} dx = \ln C(a, b).$$

Podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2, 3) = \dots\dots\dots$

b) $C(3, 5) = \dots\dots\dots$

c) $C(4, 9) = \dots\dots\dots$

d) $C(6, 15) = \dots\dots\dots$

27. Podaj promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3 \cdot x^n}{(2n)! \cdot n^n}, \quad R = \dots\dots\dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^4 \cdot x^{2n}}{(2n)! \cdot n^{2n}}, \quad R = \dots\dots\dots$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^4 \cdot x^n}{(3n)! \cdot n^n}, \quad R = \dots\dots\dots$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^6 \cdot x^{3n}}{(3n)! \cdot n^{3n}}, \quad R = \dots\dots\dots$

28. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = \frac{x \cdot \ln(1+x)}{12!}$. Podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(11)}(0) = \dots\dots\dots$

b) $f^{(12)}(0) = \dots\dots\dots$

c) $f^{(13)}(0) = \dots\dots\dots$

d) $f^{(14)}(0) = \dots\dots\dots$

29. Niech $z = \sqrt{3} + i$. Podaj część rzeczywistą potęgi liczby z :

a) $\operatorname{Re}(z^5) = \dots\dots\dots$

b) $\operatorname{Re}(z^6) = \dots\dots\dots$

c) $\operatorname{Re}(z^7) = \dots\dots\dots$

d) $\operatorname{Re}(z^8) = \dots\dots\dots$

30. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $\bar{z} = z^{-1}$.

a) $z = \frac{2}{3} + ai, \quad a = \dots\dots\dots$

b) $z = \frac{3}{5} + ai, \quad a = \dots\dots\dots$

c) $z = \frac{1}{4} + ai, \quad a = \dots\dots\dots$

d) $z = \frac{4}{5} + ai, \quad a = \dots\dots\dots$