

25. Podaj w uproszczonej postaci wartość całki oznaczonej.

a) $\int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln 2$

b) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2} = 1/2$

c) $\int_1^2 \frac{dx}{x^3} = 3/8$

d) $\int_1^2 \frac{dx}{x^4} = 7/24$

26. Niech $C(a, b)$ będzie zdefiniowane wzorem

$$\int_a^b \frac{3x^2 - 1}{(x-1) \cdot x \cdot (x+1)} dx = \ln C(a, b).$$

Podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

a) $C(2, 3) = 4$

b) $C(3, 5) = 5$

c) $C(4, 9) = 12$

d) $C(6, 15) = 16$

27. Podaj promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3 \cdot x^n}{(2n)! \cdot n^n}, \quad R = 4e$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^4 \cdot x^{2n}}{(2n)! \cdot n^{2n}}, \quad R = 2e$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^4 \cdot x^n}{(3n)! \cdot n^n}, \quad R = 27e$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^6 \cdot x^{3n}}{(3n)! \cdot n^{3n}}, \quad R = 3e$

28. Niech f będzie funkcją określoną wzorem $f(x) = \frac{x \cdot \ln(1+x)}{12!}$. Podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość pochodnej odpowiedniego rzędu funkcji f w zerze.

a) $f^{(11)}(0) = -1/120$

b) $f^{(12)}(0) = 1/11$

c) $f^{(13)}(0) = -13/12$

d) $f^{(14)}(0) = 14$

29. Niech $z = \sqrt{3} + i$. Podaj część rzeczywistą potęgi liczby z :

a) $\operatorname{Re}(z^5) = -16 \cdot \sqrt{3}$

b) $\operatorname{Re}(z^6) = -64$

c) $\operatorname{Re}(z^7) = -64 \cdot \sqrt{3}$

d) $\operatorname{Re}(z^8) = -128$

30. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , aby liczba zespolona z podanej postaci spełniała równanie $\bar{z} = z^{-1}$.

a) $z = \frac{2}{3} + ai, \quad a = \sqrt{5}/3$

b) $z = \frac{3}{5} + ai, \quad a = 4/5$

c) $z = \frac{1}{4} + ai, \quad a = \sqrt{15}/4$

d) $z = \frac{4}{5} + ai, \quad a = 3/5$