

Zadanie 1 (10 punktów)

Udowodnij zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2 + 42}.$$

Zadanie 2 (10 punktów)

Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-3) \cdot (4n+5)}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)

Wyznacz zbiór wszystkich wartości rzeczywistych **dodatnich** parametru p , dla których szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt[4]{n^4 + n^p} - n \right)$$

jest zbieżny.

Zadanie 4 (10 punktów)

Oblicz wartość całki oznaczonej

$$\int_0^{2\pi} \cos x \cdot \sin 3x \cdot \sin 4x \, dx.$$

Doprowadź wynik do postaci $w \cdot \pi$, gdzie w liczbą wymierną.

Zadanie 5 (10 punktów)

Oblicz wartość całki oznaczonej

$$\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + \sqrt{x^4 + x^6}} \, dx.$$

Zadanie 6 (10 punktów)

Wyznacz obszar zbieżności zespolonego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{12n}}{\sqrt[12]{n}}.$$

Zadanie **7** (ZADANIE DODATKOWE)

Dany jest taki ciąg (a_n) o wyrazach dodatnich, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \leqslant 2.$$

Udowodnij, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3 \leqslant 3.$$

Zadanie **8** (ZADANIE DODATKOWE)

Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{(n-1)!}.$$