

Zadanie 1 (10 punktów)

Wyznacz zbiór wszystkich wartości rzeczywistych **dodatnich** parametru p , dla których całka niewłaściwa

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt[5]{x^{3p} + x^{2p}}}{x^6 + x^4} dx$$

jest zbieżna.

Zadanie 2 (10 punktów)

Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \cdot (3n+5)}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)

Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x dx}{\sqrt[7]{x+7}}.$$

Zadanie 4 (10 punktów)

Oblicz wartość całki oznaczonej

$$\int_0^{2\pi} \sin x \cdot \sin 3x \cdot \cos 4x dx.$$

Doprowadź wynik do postaci $w \cdot \pi$, gdzie w liczbą wymierną.

Zadanie 5 (10 punktów)

Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x+5}{x \cdot (x+3) \cdot (x+7) \cdot (x+10)} dx.$$

Zadanie 6 (10 punktów)

Oblicz całkę oznaczoną

$$\int_{-5}^{16} \frac{dx}{x^2 + 4x + 16}.$$

Możesz otrzymać **6 punktów** za obliczenie całki oraz **4 punkty** za doprowadzenie wyniku do postaci niezawierającej "arctg".

Zadanie **7** (ZADANIE DODATKOWE)

Udowodnij, że jeżeli szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach dodatnich jest zbieżny, to zbieżny jest także szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[5]{\frac{a_n^3}{n^3}}.$$

Zadanie **8** (ZADANIE DODATKOWE)

Podaj przykład takiego szeregu zbieżnego $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach dodatnich, że szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[5]{\frac{a_n^3}{n^2}}$$

jest rozbieżny. Uzasadnij poprawność podanego przykładu.