

**ANALIZA 1**

6 listopada 2025 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:  
np. wystarczy podać  $\frac{77}{3}$ , ale  $25\frac{2}{3}$  też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$4 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 6, \quad n = \mathbf{34}$

b)  $k = 7, \quad n = \mathbf{39}$

c)  $k = 10, \quad n = \mathbf{54}$

d)  $k = 20, \quad n = \mathbf{104}$

2. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$3 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 11, \quad n = \mathbf{29}$

b)  $k = 9, \quad n = \mathbf{24}$

c)  $k = 7, \quad n = \mathbf{19}$

d)  $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$

3. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{24}(18 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/9}$

b)  $\log_{24}(18 \cdot 16^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/4}$

c)  $\log_{24}(18 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/12}$

d)  $\log_{24}(18 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/6}$

4. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{72}(12 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/12}$

b)  $\log_{72}(12 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/9}$

c)  $\log_{72}(12 \cdot 32^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/10}$

d)  $\log_{72}(12 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/12}$

**5.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+2) \in A)$  oraz

a)  $6, 11 \in A$  **18**

b)  $7, 12 \in A$  **24**

c)  $8, 13 \in A$  **28**

d)  $9, 14 \in A$  **35**

**6.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+3) \in A)$  oraz

a)  $6, 7, 11 \in A$  **24**

b)  $5, 6, 10 \in A$  **16**

c)  $4, 5, 9 \in A$  **12**

d)  $3, 4, 8 \in A$  **6**

**7.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^{24} + kn^k} - n^8 \right) = \mathbf{16/3}$  dla  $k = \mathbf{16}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^{24} + kn^k} - n^{12} \right) = \mathbf{6}$  dla  $k = \mathbf{12}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[8]{n^{24} + kn^k} - n^3 \right) = \mathbf{21/8}$  dla  $k = \mathbf{21}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[4]{n^{24} + kn^k} - n^6 \right) = \mathbf{9/2}$  dla  $k = \mathbf{18}$

**8.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[6]{n^{48} + kn^{10}} - n^8 \right) = \mathbf{5}$  dla  $k = \mathbf{30}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt{n^{48} + kn^{10}} - n^{24} \right) = \mathbf{7}$  dla  $k = \mathbf{14}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[3]{n^{48} + kn^{10}} - n^{16} \right) = \mathbf{22/3}$  dla  $k = \mathbf{22}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[4]{n^{48} + kn^{10}} - n^{12} \right) = \mathbf{13/2}$  dla  $k = \mathbf{26}$

9. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+k+\dots+an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ . Wtedy

a)  $G(3, 2) = \mathbf{9/4}$     b)  $G(4, 3) = \mathbf{16/9}$     c)  $G(2, 1) = \mathbf{4}$     d)  $G(3, 1) = \mathbf{9}$

10. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2) + (n+4) + \dots + (n+2k) + \dots + an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ .

Wtedy

a)  $G(7, 4) = \mathbf{3/2}$     b)  $G(5, 4) = \mathbf{3/4}$     c)  $G(5, 2) = \mathbf{3}$     d)  $G(3, 3) = \mathbf{4/9}$

11. Dla podanych liczb  $A$  i  $B$  podaj takie liczby naturalne  $n, k$ , że

$Bk \leq n$  oraz  $A \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{Bk}$ .

a)  $A = 3, B = 4, n = \mathbf{11}, k = \mathbf{2}$

b)  $A = 2, B = 3, n = \mathbf{5}, k = \mathbf{1}$

c)  $A = 5, B = 6, n = \mathbf{29}, k = \mathbf{4}$

d)  $A = 4, B = 5, n = \mathbf{19}, k = \mathbf{3}$

12. Dla podanej liczby  $A$  podaj przykład liczby rzeczywistej dodatniej  $x \neq 1$ , dla której liczba  $\log_x(x+A)$  jest liczbą wymierną **różną od  $-1$  i  $2$** . W podanych przykładach liczbę  $x$  należy wyrazić wzorem, w którym można używać liczb całkowitych, czterech działań oraz pierwiastkowania kwadratowego. W każdym z przykładów podaj także wartość  $w = \log_x(x+A)$ .

a)  $A = 8\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = \mathbf{5}$

b)  $A = \sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = \mathbf{3}$

c)  $A = 3\sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = \mathbf{5}$

d)  $A = 2\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = \mathbf{3}$

**ANALIZA 1**

6 listopada 2025 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:  
np. wystarczy podać  $\frac{77}{3}$ , ale  $25\frac{2}{3}$  też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$4 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 10, \quad n = \mathbf{54}$

b)  $k = 7, \quad n = \mathbf{39}$

c)  $k = 6, \quad n = \mathbf{34}$

d)  $k = 20, \quad n = \mathbf{104}$

2. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$3 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$

b)  $k = 7, \quad n = \mathbf{19}$

c)  $k = 11, \quad n = \mathbf{29}$

d)  $k = 9, \quad n = \mathbf{24}$

3. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{24}(18 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/12}$

b)  $\log_{24}(18 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/9}$

c)  $\log_{24}(18 \cdot 16^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/4}$

d)  $\log_{24}(18 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/6}$

4. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{72}(12 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/12}$

b)  $\log_{72}(12 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/12}$

c)  $\log_{72}(12 \cdot 32^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/10}$

d)  $\log_{72}(12 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/9}$

**5.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+2) \in A)$  oraz

a)  $8, 13 \in A$  **28**

b)  $7, 12 \in A$  **24**

c)  $6, 11 \in A$  **18**

d)  $9, 14 \in A$  **35**

**6.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+3) \in A)$  oraz

a)  $3, 4, 8 \in A$  **6**

b)  $4, 5, 9 \in A$  **12**

c)  $6, 7, 11 \in A$  **24**

d)  $5, 6, 10 \in A$  **16**

**7.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[8]{n^{24} + kn^k} - n^3 \right) = \mathbf{21/8}$  dla  $k = \mathbf{21}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^{24} + kn^k} - n^8 \right) = \mathbf{16/3}$  dla  $k = \mathbf{16}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^{24} + kn^k} - n^{12} \right) = \mathbf{6}$  dla  $k = \mathbf{12}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[4]{n^{24} + kn^k} - n^6 \right) = \mathbf{9/2}$  dla  $k = \mathbf{18}$

**8.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[6]{n^{48} + kn^{10}} - n^8 \right) = \mathbf{5}$  dla  $k = \mathbf{30}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[4]{n^{48} + kn^{10}} - n^{12} \right) = \mathbf{13/2}$  dla  $k = \mathbf{26}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[3]{n^{48} + kn^{10}} - n^{16} \right) = \mathbf{22/3}$  dla  $k = \mathbf{22}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt{n^{48} + kn^{10}} - n^{24} \right) = \mathbf{7}$  dla  $k = \mathbf{14}$

9. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+k+\dots+an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ . Wtedy

a)  $G(2, 1) = 4$     b)  $G(4, 3) = 16/9$     c)  $G(3, 2) = 9/4$     d)  $G(3, 1) = 9$

10. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2) + (n+4) + \dots + (n+2k) + \dots + an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ .

Wtedy

a)  $G(3, 3) = 4/9$     b)  $G(5, 2) = 3$     c)  $G(7, 4) = 3/2$     d)  $G(5, 4) = 3/4$

11. Dla podanych liczb  $A$  i  $B$  podaj takie liczby naturalne  $n, k$ , że

$Bk \leq n$  oraz  $A \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{Bk}$ .

a)  $A = 5, B = 6, n = 29, k = 4$

b)  $A = 3, B = 4, n = 11, k = 2$

c)  $A = 2, B = 3, n = 5, k = 1$

d)  $A = 4, B = 5, n = 19, k = 3$

12. Dla podanej liczby  $A$  podaj przykład liczby rzeczywistej dodatniej  $x \neq 1$ , dla której liczba  $\log_x(x+A)$  jest liczbą wymierną **różną od  $-1$  i  $2$** . W podanych przykładach liczbę  $x$  należy wyrazić wzorem, w którym można używać liczb całkowitych, czterech działań oraz pierwiastkowania kwadratowego. W każdym z przykładów podaj także wartość  $w = \log_x(x+A)$ .

a)  $A = 8\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = 5$

b)  $A = 2\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = 3$

c)  $A = 3\sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = 5$

d)  $A = \sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = 3$

**ANALIZA 1**

6 listopada 2025 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:  
np. wystarczy podać  $\frac{77}{3}$ , ale  $25\frac{2}{3}$  też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$4 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 10, \quad n = \mathbf{54}$

b)  $k = 6, \quad n = \mathbf{34}$

c)  $k = 20, \quad n = \mathbf{104}$

d)  $k = 7, \quad n = \mathbf{39}$

2. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$3 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 11, \quad n = \mathbf{29}$

b)  $k = 7, \quad n = \mathbf{19}$

c)  $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$

d)  $k = 9, \quad n = \mathbf{24}$

3. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{24}(18 \cdot 16^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/4}$

b)  $\log_{24}(18 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/9}$

c)  $\log_{24}(18 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/12}$

d)  $\log_{24}(18 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/6}$

4. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{72}(12 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/12}$

b)  $\log_{72}(12 \cdot 32^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/10}$

c)  $\log_{72}(12 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/12}$

d)  $\log_{72}(12 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/9}$

**5.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+2) \in A)$  oraz

a)  $8, 13 \in A$  **28**

b)  $6, 11 \in A$  **18**

c)  $9, 14 \in A$  **35**

d)  $7, 12 \in A$  **24**

**6.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+3) \in A)$  oraz

a)  $6, 7, 11 \in A$  **24**

b)  $4, 5, 9 \in A$  **12**

c)  $3, 4, 8 \in A$  **6**

d)  $5, 6, 10 \in A$  **16**

**7.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^{24} + kn^k} - n^{12} \right) = 6$  dla  $k = 12$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^{24} + kn^k} - n^8 \right) = 16/3$  dla  $k = 16$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[8]{n^{24} + kn^k} - n^3 \right) = 21/8$  dla  $k = 21$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[4]{n^{24} + kn^k} - n^6 \right) = 9/2$  dla  $k = 18$

**8.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[6]{n^{48} + kn^{10}} - n^8 \right) = 5$  dla  $k = 30$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[3]{n^{48} + kn^{10}} - n^{16} \right) = 22/3$  dla  $k = 22$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[4]{n^{48} + kn^{10}} - n^{12} \right) = 13/2$  dla  $k = 26$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt{n^{48} + kn^{10}} - n^{24} \right) = 7$  dla  $k = 14$

9. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+k+\dots+an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ . Wtedy

a)  $G(2, 1) = 4$     b)  $G(3, 2) = 9/4$     c)  $G(3, 1) = 9$     d)  $G(4, 3) = 16/9$

10. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2) + (n+4) + \dots + (n+2k) + \dots + an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ .

Wtedy

a)  $G(7, 4) = 3/2$     b)  $G(5, 2) = 3$     c)  $G(3, 3) = 4/9$     d)  $G(5, 4) = 3/4$

11. Dla podanych liczb  $A$  i  $B$  podaj takie liczby naturalne  $n, k$ , że

$Bk \leq n$  oraz  $A \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{Bk}$ .

a)  $A = 2, B = 3, n = 5, k = 1$

b)  $A = 3, B = 4, n = 11, k = 2$

c)  $A = 5, B = 6, n = 29, k = 4$

d)  $A = 4, B = 5, n = 19, k = 3$

12. Dla podanej liczby  $A$  podaj przykład liczby rzeczywistej dodatniej  $x \neq 1$ , dla której liczba  $\log_x(x+A)$  jest liczbą wymierną **różną od  $-1$  i  $2$** . W podanych przykładach liczbę  $x$  należy wyrazić wzorem, w którym można używać liczb całkowitych, czterech działań oraz pierwiastkowania kwadratowego. W każdym z przykładów podaj także wartość  $w = \log_x(x+A)$ .

a)  $A = 8\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = 5$

b)  $A = 3\sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = 5$

c)  $A = 2\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = 3$

d)  $A = \sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = 3$

**ANALIZA 1**

6 listopada 2025 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:  
np. wystarczy podać  $\frac{77}{3}$ , ale  $25\frac{2}{3}$  też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$4 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 6, \quad n = \mathbf{34}$

b)  $k = 20, \quad n = \mathbf{104}$

c)  $k = 7, \quad n = \mathbf{39}$

d)  $k = 10, \quad n = \mathbf{54}$

2. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$3 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 11, \quad n = \mathbf{29}$

b)  $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$

c)  $k = 9, \quad n = \mathbf{24}$

d)  $k = 7, \quad n = \mathbf{19}$

3. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{24}(18 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/12}$

b)  $\log_{24}(18 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/9}$

c)  $\log_{24}(18 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/6}$

d)  $\log_{24}(18 \cdot 16^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/4}$

4. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{72}(12 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/12}$

b)  $\log_{72}(12 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/12}$

c)  $\log_{72}(12 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/9}$

d)  $\log_{72}(12 \cdot 32^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/10}$

**5.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+2) \in A)$  oraz

a)  $6, 11 \in A$     **18**

b)  $9, 14 \in A$     **35**

c)  $7, 12 \in A$     **24**

d)  $8, 13 \in A$     **28**

**6.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+3) \in A)$  oraz

a)  $6, 7, 11 \in A$     **24**

b)  $3, 4, 8 \in A$     **6**

c)  $5, 6, 10 \in A$     **16**

d)  $4, 5, 9 \in A$     **12**

**7.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[8]{n^{24} + kn^k} - n^3 \right) = \mathbf{21/8}$  dla  $k = \mathbf{21}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^{24} + kn^k} - n^8 \right) = \mathbf{16/3}$  dla  $k = \mathbf{16}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[4]{n^{24} + kn^k} - n^6 \right) = \mathbf{9/2}$  dla  $k = \mathbf{18}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^{24} + kn^k} - n^{12} \right) = \mathbf{6}$  dla  $k = \mathbf{12}$

**8.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[6]{n^{48} + kn^{10}} - n^8 \right) = \mathbf{5}$  dla  $k = \mathbf{30}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[4]{n^{48} + kn^{10}} - n^{12} \right) = \mathbf{13/2}$  dla  $k = \mathbf{26}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt{n^{48} + kn^{10}} - n^{24} \right) = \mathbf{7}$  dla  $k = \mathbf{14}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[3]{n^{48} + kn^{10}} - n^{16} \right) = \mathbf{22/3}$  dla  $k = \mathbf{22}$

9. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+k+\dots+an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ . Wtedy

a)  $G(3, 2) = \mathbf{9/4}$     b)  $G(3, 1) = \mathbf{9}$     c)  $G(4, 3) = \mathbf{16/9}$     d)  $G(2, 1) = \mathbf{4}$

10. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2) + (n+4) + \dots + (n+2k) + \dots + an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ .

Wtedy

a)  $G(7, 4) = \mathbf{3/2}$     b)  $G(3, 3) = \mathbf{4/9}$     c)  $G(5, 4) = \mathbf{3/4}$     d)  $G(5, 2) = \mathbf{3}$

11. Dla podanych liczb  $A$  i  $B$  podaj takie liczby naturalne  $n, k$ , że

$Bk \leq n$  oraz  $A \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{Bk}$ .

a)  $A = 5, B = 6, n = \mathbf{29}, k = 4$

b)  $A = 3, B = 4, n = \mathbf{11}, k = 2$

c)  $A = 4, B = 5, n = \mathbf{19}, k = 3$

d)  $A = 2, B = 3, n = \mathbf{5}, k = 1$

12. Dla podanej liczby  $A$  podaj przykład liczby rzeczywistej dodatniej  $x \neq 1$ , dla której liczba  $\log_x(x+A)$  jest liczbą wymierną **różną od  $-1$  i  $2$** . W podanych przykładach liczbę  $x$  należy wyrazić wzorem, w którym można używać liczb całkowitych, czterech działań oraz pierwiastkowania kwadratowego. W każdym z przykładów podaj także wartość  $w = \log_x(x+A)$ .

a)  $A = 8\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = \mathbf{5}$

b)  $A = 2\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = \mathbf{3}$

c)  $A = \sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = \mathbf{3}$

d)  $A = 3\sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = \mathbf{5}$

**ANALIZA 1**

6 listopada 2025 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:  
np. wystarczy podać  $\frac{77}{3}$ , ale  $25\frac{2}{3}$  też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$4 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 7, \quad n = \mathbf{39}$

b)  $k = 6, \quad n = \mathbf{34}$

c)  $k = 10, \quad n = \mathbf{54}$

d)  $k = 20, \quad n = \mathbf{104}$

2. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$3 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 7, \quad n = \mathbf{19}$

b)  $k = 9, \quad n = \mathbf{24}$

c)  $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$

d)  $k = 11, \quad n = \mathbf{29}$

3. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{24}(18 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/6}$

b)  $\log_{24}(18 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/9}$

c)  $\log_{24}(18 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/12}$

d)  $\log_{24}(18 \cdot 16^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/4}$

4. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{72}(12 \cdot 32^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/10}$

b)  $\log_{72}(12 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/12}$

c)  $\log_{72}(12 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/12}$

d)  $\log_{72}(12 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/9}$

**5.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+2) \in A)$  oraz

a)  $7, 12 \in A$  **24**

b)  $6, 11 \in A$  **18**

c)  $8, 13 \in A$  **28**

d)  $9, 14 \in A$  **35**

**6.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+3) \in A)$  oraz

a)  $4, 5, 9 \in A$  **12**

b)  $5, 6, 10 \in A$  **16**

c)  $3, 4, 8 \in A$  **6**

d)  $6, 7, 11 \in A$  **24**

**7.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[4]{n^{24} + kn^k} - n^6 \right) = 9/2$  dla  $k = 18$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^{24} + kn^k} - n^8 \right) = 16/3$  dla  $k = 16$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[8]{n^{24} + kn^k} - n^3 \right) = 21/8$  dla  $k = 21$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^{24} + kn^k} - n^{12} \right) = 6$  dla  $k = 12$

**8.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[3]{n^{48} + kn^{10}} - n^{16} \right) = 22/3$  dla  $k = 22$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[4]{n^{48} + kn^{10}} - n^{12} \right) = 13/2$  dla  $k = 26$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[6]{n^{48} + kn^{10}} - n^8 \right) = 5$  dla  $k = 30$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt{n^{48} + kn^{10}} - n^{24} \right) = 7$  dla  $k = 14$

9. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+k+\dots+an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ . Wtedy

a)  $G(4, 3) = \mathbf{16/9}$     b)  $G(3, 2) = \mathbf{9/4}$     c)  $G(2, 1) = \mathbf{4}$     d)  $G(3, 1) = \mathbf{9}$

10. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2) + (n+4) + \dots + (n+2k) + \dots + an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ .

Wtedy

a)  $G(5, 2) = \mathbf{3}$     b)  $G(5, 4) = \mathbf{3/4}$     c)  $G(3, 3) = \mathbf{4/9}$     d)  $G(7, 4) = \mathbf{3/2}$

11. Dla podanych liczb  $A$  i  $B$  podaj takie liczby naturalne  $n, k$ , że  $Bk \leq n$  oraz  $A \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{Bk}$ .

a)  $A = 4, B = 5, n = \mathbf{19}, k = \mathbf{3}$

b)  $A = 3, B = 4, n = \mathbf{11}, k = \mathbf{2}$

c)  $A = 5, B = 6, n = \mathbf{29}, k = \mathbf{4}$

d)  $A = 2, B = 3, n = \mathbf{5}, k = \mathbf{1}$

12. Dla podanej liczby  $A$  podaj przykład liczby rzeczywistej dodatniej  $x \neq 1$ , dla której liczba  $\log_x(x+A)$  jest liczbą wymierną **różną od  $-1$  i  $2$** . W podanych przykładach liczbę  $x$  należy wyrazić wzorem, w którym można używać liczb całkowitych, czterech działań oraz pierwiastkowania kwadratowego. W każdym z przykładów podaj także wartość  $w = \log_x(x+A)$ .

a)  $A = 3\sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = \mathbf{5}$

b)  $A = 2\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = \mathbf{3}$

c)  $A = 8\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = \mathbf{5}$

d)  $A = \sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = \mathbf{3}$

**ANALIZA 1**

6 listopada 2025 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

**Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.**

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:  
np. wystarczy podać  $\frac{77}{3}$ , ale  $25\frac{2}{3}$  też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry**

**NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$4 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 10, \quad n = \mathbf{54}$

b)  $k = 6, \quad n = \mathbf{34}$

c)  $k = 20, \quad n = \mathbf{104}$

d)  $k = 7, \quad n = \mathbf{39}$

2. Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n > k$  spełniającą równanie

$$3 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}.$$

a)  $k = 5, \quad n = \mathbf{14}$

b)  $k = 11, \quad n = \mathbf{29}$

c)  $k = 7, \quad n = \mathbf{19}$

d)  $k = 9, \quad n = \mathbf{24}$

3. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{24}(18 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/6}$

b)  $\log_{24}(18 \cdot 16^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{5/4}$

c)  $\log_{24}(18 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/9}$

d)  $\log_{24}(18 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-5/12}$

4. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{72}(12 \cdot 64^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/12}$

b)  $\log_{72}(12 \cdot 81^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/12}$

c)  $\log_{72}(12 \cdot 32^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/10}$

d)  $\log_{72}(12 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/9}$

**5.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+2) \in A)$  oraz

a)  $8, 13 \in A$  **28**

b)  $6, 11 \in A$  **18**

c)  $9, 14 \in A$  **35**

d)  $7, 12 \in A$  **24**

**6.** Podaj liczbę podzbiorów  $A$  zbioru liczb naturalnych  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  spełniających warunki  $\forall_{n \in \mathbb{N}} (n \in A \Rightarrow (n+3) \in A)$  oraz

a)  $3, 4, 8 \in A$  **6**

b)  $6, 7, 11 \in A$  **24**

c)  $4, 5, 9 \in A$  **12**

d)  $5, 6, 10 \in A$  **16**

**7.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[4]{n^{24} + kn^k} - n^6 \right) = 9/2$  dla  $k = 18$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^{24} + kn^k} - n^{12} \right) = 6$  dla  $k = 12$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^{24} + kn^k} - n^8 \right) = 16/3$  dla  $k = 16$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[8]{n^{24} + kn^k} - n^3 \right) = 21/8$  dla  $k = 21$

**8.** Podaj wartość granicy dla tak dobranego parametru  $k$ , aby granica ta była dodatnia i skończona.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[4]{n^{48} + kn^{10}} - n^{12} \right) = 13/2$  dla  $k = 26$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[6]{n^{48} + kn^{10}} - n^8 \right) = 5$  dla  $k = 30$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt[3]{n^{48} + kn^{10}} - n^{16} \right) = 22/3$  dla  $k = 22$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \left( \sqrt{n^{48} + kn^{10}} - n^{24} \right) = 7$  dla  $k = 14$

9. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+k+\dots+an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ . Wtedy

a)  $G(2, 1) = 4$     b)  $G(3, 2) = 9/4$     c)  $G(3, 1) = 9$     d)  $G(4, 3) = 16/9$

10. Niech  $G(a, b) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2) + (n+4) + \dots + (n+2k) + \dots + an}{1+2+3+\dots+k+\dots+bn}$ .

Wtedy

a)  $G(3, 3) = 4/9$     b)  $G(7, 4) = 3/2$     c)  $G(5, 2) = 3$     d)  $G(5, 4) = 3/4$

11. Dla podanych liczb  $A$  i  $B$  podaj takie liczby naturalne  $n, k$ , że

$Bk \leq n$  oraz  $A \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{Bk}$ .

a)  $A = 4, B = 5, n = 19, k = 3$

b)  $A = 2, B = 3, n = 5, k = 1$

c)  $A = 3, B = 4, n = 11, k = 2$

d)  $A = 5, B = 6, n = 29, k = 4$

12. Dla podanej liczby  $A$  podaj przykład liczby rzeczywistej dodatniej  $x \neq 1$ , dla której liczba  $\log_x(x+A)$  jest liczbą wymierną **różną od  $-1$  i  $2$** . W podanych przykładach liczbę  $x$  należy wyrazić wzorem, w którym można używać liczb całkowitych, czterech działań oraz pierwiastkowania kwadratowego. W każdym z przykładów podaj także wartość  $w = \log_x(x+A)$ .

a)  $A = 2\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = 3$

b)  $A = 8\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, w = 5$

c)  $A = 3\sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = 5$

d)  $A = \sqrt{2}, x = \sqrt{2}, w = 3$