

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom podstawowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

☐

Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.

☐

Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.

☐

Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy bez względu na wynik testu.

1. Wiadomo, że 100 gramów pewnego gatunku sera zawiera 30% tłuszczu. Wówczas

- a) 50 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- b) 150 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- c) 200 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- d) 250 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.

2. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , że dla każdej liczby całkowitej n wartość podanego wyrażenia jest kwadratem liczby całkowitej.

- a) $25n^2 + an + 81$, $a = \mathbf{90}$
- b) $9n^2 + an + 100$, $a = \mathbf{60}$
- c) $4n^2 + an + 9$, $a = \mathbf{12}$
- d) $n^2 + an + 25$, $a = \mathbf{10}$

3. W turnieju szachowym każdy zawodnik rozegrał z każdym innym dokładnie jedną partię szachów. Podaj, w zależności od liczby zawodników, liczbę partii szachów rozegranych w czasie turnieju.

- a) Przy 11 zawodnikach rozegrano **55** partii.
- b) Przy 10 zawodnikach rozegrano **45** partii.
- c) Przy 20 zawodnikach rozegrano **190** partii.
- d) Przy 12 zawodnikach rozegrano **66** partii.

4. Podaj liczbę n , dla której kąty wewnętrzne n -kąta foremnego mają podaną miarę.

- a) 170° , $n = \mathbf{36}$
- b) 140° , $n = \mathbf{9}$
- c) 150° , $n = \mathbf{12}$
- d) 160° , $n = \mathbf{18}$

5. Niech

$$f(n) = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}.$$

Podaj w postaci uproszczonej.

a) $f(24) = 4$

b) $f(35) = 5$

c) $f(63) = 7$

d) $f(99) = 9$

6. Dla podanego sinusa kąta $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ podaj wartość jego tangensa.

a) $\sin \alpha = 4/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 4/3$

b) $\sin \alpha = 3/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 3/4$

c) $\sin \alpha = 2/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 2/\sqrt{21}$

d) $\sin \alpha = 1/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1/\sqrt{24}$

7. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie arytmetycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\frac{2a_1 + a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = 4$

b) $\frac{a_1 + 2a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = 7$

c) $\frac{2a_1 + 3a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = 7$

d) $\frac{a_1 + 4a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = 9$

8. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie geometrycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\sqrt[5]{a_1^2 a_{11}^3} = a_k$ dla $k = 7$

b) $\sqrt[3]{a_1 a_{10}^2} = a_k$ dla $k = 7$

c) $\sqrt[3]{a_1^2 a_{10}} = a_k$ dla $k = 4$

d) $\sqrt[5]{a_1 a_{11}^4} = a_k$ dla $k = 9$

9. Niech $f(k) = \log_2 \log_2 4^{4^k}$, gdzie potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$. Wówczas

a) $f(3) = 7$

b) $f(4) = 9$

c) $f(5) = 11$

d) $f(10) = 21$

10. Dla podanej liczby D podaj **największą** liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla każdych liczb całkowitych a, b o iloczynie ab podzielnym przez D , co najmniej jedna z liczb a, b jest podzielna przez d .

a) $D = 128, \quad d = 16$

b) $D = 64, \quad d = 8$

c) $D = 32, \quad d = 8$

d) $D = 16, \quad d = 4$

11. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $D = 40, \quad d = 5$

b) $D = 24, \quad d = 4$

c) $D = 3^5 \cdot 5^3, \quad d = 27$

d) $D = 2^5 \cdot 3^3, \quad d = 9$

12. Podaj liczbę rzeczywistą x , dla której zachodzi podana równość.

a) $2^x + 4^x = 132$ dla $x = \log_2 11$

b) $3^x + 9^x = 30$ dla $x = \log_3 5$

c) $2^x + 4^x = 12$ dla $x = \log_2 3$

d) $2^x + 8^x = 130$ dla $x = \log_2 5$

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom podstawowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

☐ Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy bez względu na wynik testu.

1. Wiadomo, że 100 gramów pewnego gatunku sera zawiera 30% tłuszczu. Wówczas

- a) 200 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- b) 150 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- c) 50 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- d) 250 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.

2. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , że dla każdej liczby całkowitej n wartość podanego wyrażenia jest kwadratem liczby całkowitej.

- a) $n^2 + an + 25$, $a = \mathbf{10}$
- b) $4n^2 + an + 9$, $a = \mathbf{12}$
- c) $25n^2 + an + 81$, $a = \mathbf{90}$
- d) $9n^2 + an + 100$, $a = \mathbf{60}$

3. W turnieju szachowym każdy zawodnik rozegrał z każdym innym dokładnie jedną partię szachów. Podaj, w zależności od liczby zawodników, liczbę partii szachów rozegranych w czasie turnieju.

- a) Przy 20 zawodnikach rozegrano **190** partii.
- b) Przy 11 zawodnikach rozegrano **55** partii.
- c) Przy 10 zawodnikach rozegrano **45** partii.
- d) Przy 12 zawodnikach rozegrano **66** partii.

4. Podaj liczbę n , dla której kąty wewnętrzne n -kąta foremnego mają podaną miarę.

- a) 170° , $n = \mathbf{36}$
- b) 160° , $n = \mathbf{18}$
- c) 150° , $n = \mathbf{12}$
- d) 140° , $n = \mathbf{9}$

5. Niech

$$f(n) = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}.$$

Podaj w postaci uproszczonej.

a) $f(63) = \mathbf{7}$

b) $f(35) = \mathbf{5}$

c) $f(24) = \mathbf{4}$

d) $f(99) = \mathbf{9}$

6. Dla podanego sinusa kąta $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ podaj wartość jego tangensa.

a) $\sin \alpha = 1/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{1/\sqrt{24}}$

b) $\sin \alpha = 2/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{2/\sqrt{21}}$

c) $\sin \alpha = 4/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{4/3}$

d) $\sin \alpha = 3/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{3/4}$

7. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie arytmetycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\frac{2a_1 + 3a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

b) $\frac{2a_1 + a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

c) $\frac{a_1 + 2a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

d) $\frac{a_1 + 4a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

8. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie geometrycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\sqrt[5]{a_1^2 a_{11}^3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

b) $\sqrt[5]{a_1 a_{11}^4} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

c) $\sqrt[3]{a_1^2 a_{10}} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

d) $\sqrt[3]{a_1 a_{10}^2} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

9. Niech $f(k) = \log_2 \log_2 4^{4^k}$, gdzie potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$. Wówczas

a) $f(5) = 11$

b) $f(4) = 9$

c) $f(3) = 7$

d) $f(10) = 21$

10. Dla podanej liczby D podaj **największą** liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla każdych liczb całkowitych a, b o iloczynie ab podzielonym przez D , co najmniej jedna z liczb a, b jest podzielna przez d .

a) $D = 16, \quad d = 4$

b) $D = 32, \quad d = 8$

c) $D = 128, \quad d = 16$

d) $D = 64, \quad d = 8$

11. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $D = 3^5 \cdot 5^3, \quad d = 27$

b) $D = 40, \quad d = 5$

c) $D = 24, \quad d = 4$

d) $D = 2^5 \cdot 3^3, \quad d = 9$

12. Podaj liczbę rzeczywistą x , dla której zachodzi podana równość.

a) $2^x + 4^x = 132$ dla $x = \log_2 11$

b) $2^x + 8^x = 130$ dla $x = \log_2 5$

c) $2^x + 4^x = 12$ dla $x = \log_2 3$

d) $3^x + 9^x = 30$ dla $x = \log_3 5$

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom podstawowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

☐

Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.

☐

Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.

☐

Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy bez względu na wynik testu.

1. Wiadomo, że 100 gramów pewnego gatunku sera zawiera 30% tłuszczu. Wówczas

- a) 200 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- b) 50 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- c) 250 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- d) 150 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.

2. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , że dla każdej liczby całkowitej n wartość podanego wyrażenia jest kwadratem liczby całkowitej.

- a) $25n^2 + an + 81$, $a = \mathbf{90}$
- b) $4n^2 + an + 9$, $a = \mathbf{12}$
- c) $n^2 + an + 25$, $a = \mathbf{10}$
- d) $9n^2 + an + 100$, $a = \mathbf{60}$

3. W turnieju szachowym każdy zawodnik rozegrał z każdym innym dokładnie jedną partię szachów. Podaj, w zależności od liczby zawodników, liczbę partii szachów rozegranych w czasie turnieju.

- a) Przy 10 zawodnikach rozegrano **45** partii.
- b) Przy 11 zawodnikach rozegrano **55** partii.
- c) Przy 20 zawodnikach rozegrano **190** partii.
- d) Przy 12 zawodnikach rozegrano **66** partii.

4. Podaj liczbę n , dla której kąty wewnętrzne n -kąta foremnego mają podaną miarę.

- a) 170° , $n = \mathbf{36}$
- b) 150° , $n = \mathbf{12}$
- c) 160° , $n = \mathbf{18}$
- d) 140° , $n = \mathbf{9}$

5. Niech

$$f(n) = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}.$$

Podaj w postaci uproszczonej.

a) $f(63) = \mathbf{7}$

b) $f(24) = \mathbf{4}$

c) $f(99) = \mathbf{9}$

d) $f(35) = \mathbf{5}$

6. Dla podanego sinusa kąta $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ podaj wartość jego tangensa.

a) $\sin \alpha = 4/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{4/3}$

b) $\sin \alpha = 2/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{2/\sqrt{21}}$

c) $\sin \alpha = 1/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{1/\sqrt{24}}$

d) $\sin \alpha = 3/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{3/4}$

7. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie arytmetycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\frac{a_1 + 2a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

b) $\frac{2a_1 + a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

c) $\frac{2a_1 + 3a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

d) $\frac{a_1 + 4a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

8. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie geometrycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\sqrt[5]{a_1^2 a_{11}^3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

b) $\sqrt[3]{a_1^2 a_{10}} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

c) $\sqrt[5]{a_1 a_{11}^4} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

d) $\sqrt[3]{a_1 a_{10}^2} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

9. Niech $f(k) = \log_2 \log_2 4^{4^k}$, gdzie potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$. Wówczas

a) $f(5) = 11$

b) $f(3) = 7$

c) $f(10) = 21$

d) $f(4) = 9$

10. Dla podanej liczby D podaj **największą** liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla każdych liczb całkowitych a, b o iloczynie ab podzielnym przez D , co najmniej jedna z liczb a, b jest podzielna przez d .

a) $D = 128, \quad d = 16$

b) $D = 32, \quad d = 8$

c) $D = 16, \quad d = 4$

d) $D = 64, \quad d = 8$

11. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $D = 24, \quad d = 4$

b) $D = 40, \quad d = 5$

c) $D = 3^5 \cdot 5^3, \quad d = 27$

d) $D = 2^5 \cdot 3^3, \quad d = 9$

12. Podaj liczbę rzeczywistą x , dla której zachodzi podana równość.

a) $2^x + 4^x = 132$ dla $x = \log_2 11$

b) $2^x + 4^x = 12$ dla $x = \log_2 3$

c) $2^x + 8^x = 130$ dla $x = \log_2 5$

d) $3^x + 9^x = 30$ dla $x = \log_3 5$

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom podstawowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

☐ Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy bez względu na wynik testu.

1. Wiadomo, że 100 gramów pewnego gatunku sera zawiera 30% tłuszczu. Wówczas

- a) 50 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- b) 250 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- c) 150 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- d) 200 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.

2. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , że dla każdej liczby całkowitej n wartość podanego wyrażenia jest kwadratem liczby całkowitej.

- a) $25n^2 + an + 81$, $a = \mathbf{90}$
- b) $n^2 + an + 25$, $a = \mathbf{10}$
- c) $9n^2 + an + 100$, $a = \mathbf{60}$
- d) $4n^2 + an + 9$, $a = \mathbf{12}$

3. W turnieju szachowym każdy zawodnik rozegrał z każdym innym dokładnie jedną partię szachów. Podaj, w zależności od liczby zawodników, liczbę partii szachów rozegranych w czasie turnieju.

- a) Przy 20 zawodnikach rozegrano **190** partii.
- b) Przy 11 zawodnikach rozegrano **55** partii.
- c) Przy 12 zawodnikach rozegrano **66** partii.
- d) Przy 10 zawodnikach rozegrano **45** partii.

4. Podaj liczbę n , dla której kąty wewnętrzne n -kąta foremnego mają podaną miarę.

- a) 170° , $n = \mathbf{36}$
- b) 160° , $n = \mathbf{18}$
- c) 140° , $n = \mathbf{9}$
- d) 150° , $n = \mathbf{12}$

5. Niech

$$f(n) = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}.$$

Podaj w postaci uproszczonej.

a) $f(24) = 4$

b) $f(99) = 9$

c) $f(35) = 5$

d) $f(63) = 7$

6. Dla podanego sinusa kąta $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ podaj wartość jego tangensa.

a) $\sin \alpha = 4/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 4/3$

b) $\sin \alpha = 1/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1/\sqrt{24}$

c) $\sin \alpha = 3/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 3/4$

d) $\sin \alpha = 2/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 2/\sqrt{21}$

7. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie arytmetycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\frac{2a_1 + 3a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = 7$

b) $\frac{2a_1 + a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = 4$

c) $\frac{a_1 + 4a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = 9$

d) $\frac{a_1 + 2a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = 7$

8. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie geometrycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\sqrt[5]{a_1^2 a_{11}^3} = a_k$ dla $k = 7$

b) $\sqrt[5]{a_1 a_{11}^4} = a_k$ dla $k = 9$

c) $\sqrt[3]{a_1 a_{10}^2} = a_k$ dla $k = 7$

d) $\sqrt[3]{a_1^2 a_{10}} = a_k$ dla $k = 4$

9. Niech $f(k) = \log_2 \log_2 4^{4^k}$, gdzie potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$. Wówczas

a) $f(3) = \mathbf{7}$

b) $f(10) = \mathbf{21}$

c) $f(4) = \mathbf{9}$

d) $f(5) = \mathbf{11}$

10. Dla podanej liczby D podaj **największą** liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla każdych liczb całkowitych a, b o iloczynie ab podzielnym przez D , co najmniej jedna z liczb a, b jest podzielna przez d .

a) $D = 128, \quad d = \mathbf{16}$

b) $D = 16, \quad d = \mathbf{4}$

c) $D = 64, \quad d = \mathbf{8}$

d) $D = 32, \quad d = \mathbf{8}$

11. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $D = 3^5 \cdot 5^3, \quad d = \mathbf{27}$

b) $D = 40, \quad d = \mathbf{5}$

c) $D = 2^5 \cdot 3^3, \quad d = \mathbf{9}$

d) $D = 24, \quad d = \mathbf{4}$

12. Podaj liczbę rzeczywistą x , dla której zachodzi podana równość.

a) $2^x + 4^x = 132 \quad \text{dla } x = \mathbf{\log_2 11}$

b) $2^x + 8^x = 130 \quad \text{dla } x = \mathbf{\log_2 5}$

c) $3^x + 9^x = 30 \quad \text{dla } x = \mathbf{\log_3 5}$

d) $2^x + 4^x = 12 \quad \text{dla } x = \mathbf{\log_2 3}$

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom podstawowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

☐ Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy bez względu na wynik testu.

1. Wiadomo, że 100 gramów pewnego gatunku sera zawiera 30% tłuszczu. Wówczas

- a) 150 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- b) 50 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- c) 200 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- d) 250 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.

2. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , że dla każdej liczby całkowitej n wartość podanego wyrażenia jest kwadratem liczby całkowitej.

- a) $4n^2 + an + 9$, $a = \mathbf{12}$
- b) $9n^2 + an + 100$, $a = \mathbf{60}$
- c) $n^2 + an + 25$, $a = \mathbf{10}$
- d) $25n^2 + an + 81$, $a = \mathbf{90}$

3. W turnieju szachowym każdy zawodnik rozegrał z każdym innym dokładnie jedną partię szachów. Podaj, w zależności od liczby zawodników, liczbę partii szachów rozegranych w czasie turnieju.

- a) Przy 12 zawodnikach rozegrano **66** partii.
- b) Przy 11 zawodnikach rozegrano **55** partii.
- c) Przy 20 zawodnikach rozegrano **190** partii.
- d) Przy 10 zawodnikach rozegrano **45** partii.

4. Podaj liczbę n , dla której kąty wewnętrzne n -kąta foremnego mają podaną miarę.

- a) 150° , $n = \mathbf{12}$
- b) 160° , $n = \mathbf{18}$
- c) 170° , $n = \mathbf{36}$
- d) 140° , $n = \mathbf{9}$

5. Niech

$$f(n) = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}.$$

Podaj w postaci uproszczonej.

a) $f(35) = \mathbf{5}$

b) $f(24) = \mathbf{4}$

c) $f(63) = \mathbf{7}$

d) $f(99) = \mathbf{9}$

6. Dla podanego sinusa kąta $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ podaj wartość jego tangensa.

a) $\sin \alpha = 2/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{2/\sqrt{21}}$

b) $\sin \alpha = 3/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{3/4}$

c) $\sin \alpha = 1/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{1/\sqrt{24}}$

d) $\sin \alpha = 4/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{4/3}$

7. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie arytmetycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\frac{a_1 + 4a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

b) $\frac{2a_1 + a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

c) $\frac{2a_1 + 3a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

d) $\frac{a_1 + 2a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

8. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie geometrycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\sqrt[3]{a_1^2 a_{10}} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

b) $\sqrt[5]{a_1 a_{11}^4} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

c) $\sqrt[5]{a_1^2 a_{11}^3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

d) $\sqrt[3]{a_1 a_{10}^2} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

9. Niech $f(k) = \log_2 \log_2 4^{4^k}$, gdzie potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$. Wówczas

a) $f(4) = 9$

b) $f(3) = 7$

c) $f(5) = 11$

d) $f(10) = 21$

10. Dla podanej liczby D podaj **największą** liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla każdych liczb całkowitych a, b o iloczynie ab podzielonym przez D , co najmniej jedna z liczb a, b jest podzielna przez d .

a) $D = 32, \quad d = 8$

b) $D = 64, \quad d = 8$

c) $D = 16, \quad d = 4$

d) $D = 128, \quad d = 16$

11. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $D = 2^5 \cdot 3^3, \quad d = 9$

b) $D = 40, \quad d = 5$

c) $D = 3^5 \cdot 5^3, \quad d = 27$

d) $D = 24, \quad d = 4$

12. Podaj liczbę rzeczywistą x , dla której zachodzi podana równość.

a) $2^x + 4^x = 12$ dla $x = \log_2 3$

b) $2^x + 8^x = 130$ dla $x = \log_2 5$

c) $2^x + 4^x = 132$ dla $x = \log_2 11$

d) $3^x + 9^x = 30$ dla $x = \log_3 5$

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom podstawowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

- ☐ Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.
- ☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.
- ☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy bez względu na wynik testu.

1. Wiadomo, że 100 gramów pewnego gatunku sera zawiera 30% tłuszczu. Wówczas

- a) 200 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- b) 50 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- c) 250 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.
- d) 150 gramów takiego sera zawiera **30%** tłuszczu.

2. Podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , że dla każdej liczby całkowitej n wartość podanego wyrażenia jest kwadratem liczby całkowitej.

- a) $n^2 + an + 25$, $a = \mathbf{10}$
- b) $25n^2 + an + 81$, $a = \mathbf{90}$
- c) $4n^2 + an + 9$, $a = \mathbf{12}$
- d) $9n^2 + an + 100$, $a = \mathbf{60}$

3. W turnieju szachowym każdy zawodnik rozegrał z każdym innym dokładnie jedną partię szachów. Podaj, w zależności od liczby zawodników, liczbę partii szachów rozegranych w czasie turnieju.

- a) Przy 12 zawodnikach rozegrano **66** partii.
- b) Przy 10 zawodnikach rozegrano **45** partii.
- c) Przy 11 zawodnikach rozegrano **55** partii.
- d) Przy 20 zawodnikach rozegrano **190** partii.

4. Podaj liczbę n , dla której kąty wewnętrzne n -kąta foremnego mają podaną miarę.

- a) 160° , $n = \mathbf{18}$
- b) 170° , $n = \mathbf{36}$
- c) 150° , $n = \mathbf{12}$
- d) 140° , $n = \mathbf{9}$

5. Niech

$$f(n) = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}.$$

Podaj w postaci uproszczonej.

a) $f(63) = \mathbf{7}$

b) $f(24) = \mathbf{4}$

c) $f(99) = \mathbf{9}$

d) $f(35) = \mathbf{5}$

6. Dla podanego sinusa kąta $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ podaj wartość jego tangensa.

a) $\sin \alpha = 1/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{1/\sqrt{24}}$

b) $\sin \alpha = 4/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{4/3}$

c) $\sin \alpha = 2/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{2/\sqrt{21}}$

d) $\sin \alpha = 3/5 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \mathbf{3/4}$

7. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie arytmetycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\frac{a_1 + 4a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

b) $\frac{a_1 + 2a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

c) $\frac{2a_1 + a_{10}}{3} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

d) $\frac{2a_1 + 3a_{11}}{5} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

8. Podaj taką liczbę k , aby w każdym postępie geometrycznym $a_1, a_2, a_3, \dots$ o wyrazach rzeczywistych zachodziła podana równość.

a) $\sqrt[5]{a_1 a_{11}^4} = a_k$ dla $k = \mathbf{9}$

b) $\sqrt[5]{a_1^2 a_{11}^3} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

c) $\sqrt[3]{a_1^2 a_{10}} = a_k$ dla $k = \mathbf{4}$

d) $\sqrt[3]{a_1 a_{10}^2} = a_k$ dla $k = \mathbf{7}$

9. Niech $f(k) = \log_2 \log_2 4^{4^k}$, gdzie potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$. Wówczas

a) $f(5) = 11$

b) $f(3) = 7$

c) $f(10) = 21$

d) $f(4) = 9$

10. Dla podanej liczby D podaj **największą** liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla każdych liczb całkowitych a, b o iloczynie ab podzielonym przez D , co najmniej jedna z liczb a, b jest podzielna przez d .

a) $D = 16, \quad d = 4$

b) $D = 128, \quad d = 16$

c) $D = 32, \quad d = 8$

d) $D = 64, \quad d = 8$

11. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $D = 2^5 \cdot 3^3, \quad d = 9$

b) $D = 24, \quad d = 4$

c) $D = 40, \quad d = 5$

d) $D = 3^5 \cdot 5^3, \quad d = 27$

12. Podaj liczbę rzeczywistą x , dla której zachodzi podana równość.

a) $2^x + 8^x = 130 \quad \text{dla } x = \log_2 5$

b) $2^x + 4^x = 132 \quad \text{dla } x = \log_2 11$

c) $2^x + 4^x = 12 \quad \text{dla } x = \log_2 3$

d) $3^x + 9^x = 30 \quad \text{dla } x = \log_3 5$